تابع

$(a,b) \neq (b,a)$

مگر اینکه $\longrightarrow$ $\boxed{a=b}$

- زوج مرتب : ← ترتیب مهم

هر دوتایی (a,b) که در آن a و b مؤلفه‌های آن هستند زوج مرتب گوییم.

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A , b \in B\}$$

$$A = \{1,2\} \quad , B = \{a,b\}$$

$$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b)\}$$

تعداد زیرمجموعه‌ها 2^n = A یک مجموعه n عضوی

تعداد زیرمجموعه‌ها 2^m = B یک مجموعه m عضوی

در نتیجه $A \times B$ دارای $2^{n \times m}$ زیرمجموعه هستند.

$\{(1,a)\}, \{(1,b)\}, \{(2,a)\}, \{(2,b)\}$

$\{(1,a),(1,b)\}, \{(1,a),(2,a)\}, \ldots$

$\{(1,a),(1,b),(2,a)\}, \ldots$

$A \times B \; , \; \emptyset$

- رابطه :

به هر زیرمجموعه‌ای از حاصلضرب دکارتی $A \times B$ یک رابطه گوییم.

- تابع :

هر رابطه‌ای از $A \times B$ که با f نشان می‌دهیم هر دو عضو متمایز آن را در نظر بگیریم دارای مؤلفه اول یکسانی نباشند.

$$x \longrightarrow \boxed{\quad} \longrightarrow y$$

- مؤلفه‌های تابع :

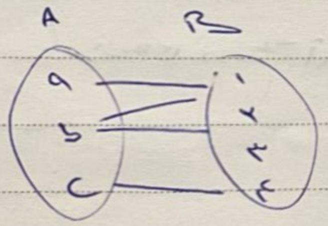
$f : A \longrightarrow B$

$(x,y) \in f$

$f : \underset{\text{دامنه تابع}}{A} \longrightarrow \underset{\text{برد تابع}}{B}$

$y = f(x)$

* تابع مجموعه دامنه را به یک مجموعه برد تبدیل می‌کند.



مؤلفه‌های تابع : دامنه تابع - برد تابع -

ترکیب تابع - انواع تابع

معکوس تابع - صعودی یا نزولی

ترسیم نمودار تابع - ...

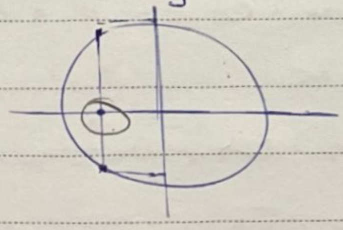
بررسی کنید کدام یک از روابط زیر یک تابع است؟

$x^2 + y^2 = 1$ ✗

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ✓

- تعریف هندسی تابع:

هرگاه هر خطی موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند آن نمودار نمودار تابع است.



$$\begin{cases} f: A \to B \\ y = f(x) \end{cases}$$

$x = 0 \Rightarrow 0^2 + y^2 = 1 \longrightarrow y^2 = 1$

$\longrightarrow y = \pm\sqrt{1} \longrightarrow y = \pm 1$

$(0,-1)\ (0,1)$ تابع نیست

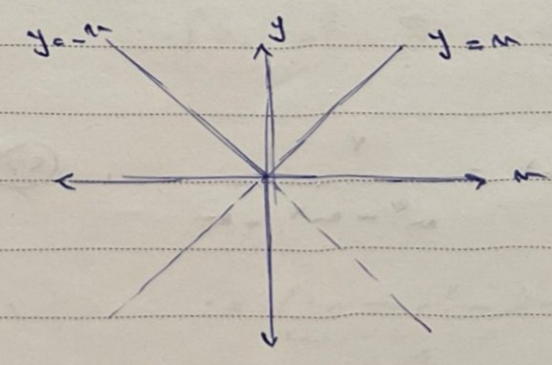
(چون مولفه اول یکسان است.)

نکته:

$\boxed{x^2 = a} \longrightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{a}}$

- قدر مطلق:

شکل کلی قدر مطلق به صورت زیر است



$\boxed{|x| = a} \longrightarrow \boxed{x = \pm a}$

$x = 0 \longrightarrow |y| = 1 \longrightarrow y = \pm 1$

$|x| + |y| = 1 \longrightarrow$ تابع نیست ×

$$|x-a| = \begin{cases} x-a & x \geq a \\ -(x-a) & x < a \end{cases}$$

$$y = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

* همه عبارت‌های جبری را بررسیم

$y = 3x^5 + 4x + 1$

$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_1$

یک تابع است.

(D_f دامنه)

- پیدا کردن دامنه توابع:

به ازای همه مقادیر x از مجموعه‌ها که تابع دارای جواب باشد دامنه تابع می‌گوییم و با $\boxed{D_f}$ نشان می‌دهیم.

- حالت اول ①: چند جمله‌ای

اگر تابع یک عبارت جبری باشد مانند

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} + \dots + a_1 x + a_1$

$D_f = \mathbb{R} \longrightarrow (-\infty, +\infty)$

$f(x) = 3x^5 + 4x + 1$ مث

$D_f = \mathbb{R}$

Subject:
Date

۲۲

- حالت دوم ۲ :

اگر تابع به صورت یک کسر باشد.

$$f(x) = \frac{k}{g(x)}$$

تا وقتی که مخرج صفر نشده

$\mathbb{R}$ را می‌گیریم

$$D_f = \{x \mid g(x) \neq 0\}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$$

مثال

$$f(x) = \frac{3}{x+1}$$

$$x+1 = 0 \longrightarrow x = -1$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$-\infty \quad -1 \quad 0 \quad +\infty$

مثال

$$f(x) = \frac{2}{x^2-3}$$

$$x^2 - 3 = 0 \longrightarrow x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{3}\}$$

مثال

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

جواب ندارد

$x^2+1 = 0 \longrightarrow x^2 = -1$ ریشه ندارد

$D_f = \mathbb{R} \longleftarrow$ مخرج ناصفر است (همیشه)

۲۳

مثال

$$f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$$

* به Δ دقت کنید اگر مثبت شد ریشه دارد

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta \geq 0 \longrightarrow$ ریشه حقیقی دارد

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

سوال $\longrightarrow \Delta = -3 \longrightarrow \Delta < 0$

$D_f = \mathbb{R}$ (ریشه ندارد)

مثال

$$f(x) = \frac{1}{x^2+5x+6}$$

$x^2 + 5x + 6 = 0$ اتحاد

$(x+2)(x+3) = 0 \longrightarrow$ جمله مشترک

$x = -2 \;,\; x = -3$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, -3\}$$

مثال

$$f(x) = \frac{2}{x^3+x^2+x}$$

$$x(\underbrace{x^2+x+1}_{\Delta \ngeq 0}) = 0$$

$x = 0$

(ریشه حقیقی ندارد)

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

PAPCO

Subject:
Date

۲۴

(مثال)

$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

$x^2 - 9 \geq 0 \longrightarrow x^2 \geq 9$

$\longrightarrow -3 \geq x \geq 3$

$D_f = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

نکته :

در نامعادلات درجه دو داریم

$x^2 \leq a \longrightarrow -\sqrt{a} \leq x \leq \sqrt{a}$

(مثال) مجموعه جواب‌های نامعادله زیر را حساب کنید.
دامنه

$f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 1}$

$x^2 + 4x + 1 \geq 0$

$\Delta = 9 > 0$

$x_1 = -1 \quad , \quad x_2 = -2{,}5$

از آنجایی که حل نامعادله است، به
تعیین علامت این عبارت جواب را
به دست می‌آوریم

	$-\infty$	$-2{,}5$	-1	$+\infty$
عبارت درجه دوم	موافق علامت x^2		مخالف علامت x^2	موافق علامت x^2
	+		−	+

(این درسته)

$D_f = [-2{,}5, -1]$

(مثال)

$f(x) = \frac{1}{(x+1)(x^2 - x + 1)}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$

- حالت سوم ③ :

اگر تابع به صورت رادیکالی با فرجه زوج باشد.

فرجه زوج

$f(x) = \sqrt[2n]{g(x)}$

$D_f = \{x \mid g(x) \geq 0\}$

(مثال)

$f(x) = \sqrt{1 - x}$

(یادت باشد زیر رادیکال را مثبت قرار بدی
اینجا R رو جواب نده)

$1 - x \geq 0 \longrightarrow 1 \geq x$ یا $x \leq 1$

$D_f = (-\infty, 1]$

(مثال)

$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

$4 - x^2 \geq 0 \longrightarrow 4 \geq x^2 \longrightarrow$

$x^2 \leq 4 \xrightarrow{\text{نکته}} -2 \leq x \leq 2$

$D_f = [-2, 2]$

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)(x^2+x+1)}$$

$x+1=0 \longrightarrow x=-1$

$x^2+x+1 = 0$

$\Delta = b^2-4ac \longrightarrow$

$1-4(1)(1) = -3 = \Delta < 0$ ریشه ×

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

$$f(x) = \frac{1}{x^3+\underline{8}}$$ $\underline{8} = 2^3$

$x^3+2^3 = 0 \longrightarrow$

$x^3 = -2^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{\ }} x = -2$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$

Subject:
Date

- حالت چهارم (۴) :

اگر تابع به صورت رادیکال با فرجه فرد باشد

فرجه اعداد فرد

$$f(x) = \sqrt[2n+1]{g(x)}$$

$$D_f = D_g$$

(مرجع بررسی رادیکال لازم نیست)

(؟چ)

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2-1}$$

$$x^2-1 = 0 \longrightarrow x^2 = 1$$

$$D_g = D_f = \mathbb{R}$$

(؟چ)

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{2}{4x^2-1}}$$

مخرج کسر زیر رادیکال اگر صفر باشد تعریف نشده است

$$4x^2-1 = 0 \longrightarrow$$

$$4x^2 = 1 \longrightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm\frac{1}{2}$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{\pm\frac{1}{2}\}$$

- حالت پنجم (۵) :

اگر $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ باشد، g و h

دامنه مشترک، سپس $\Rightarrow D_g \cap D_h$:

$$D_f = D_g \cap D_h - \{x \mid h(x) = 0\}$$

(؟چ)

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x+1}$$

$$g(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1-x^2 \geq 0 \\ x^2 \leq 1 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{array}\right\} \Rightarrow D_g = [-1,1]$$

$$h(x) = x+1$$

$$x+1 = 0 \longrightarrow x = -1$$

$$D_h = \mathbb{R}$$

$$D_g \cap D_h = [-1,1]$$

$$D_f = [-1,1] - \{-1\} = (-1,1]$$

Subject:
Date

$f: \underset{\text{دامنه}}{A} \longrightarrow \underset{\text{برد}}{B}$

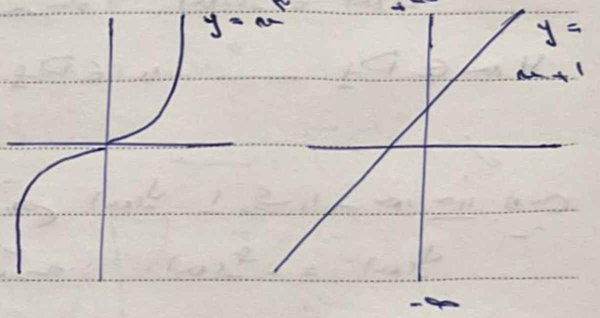
حالت اول ①:

اگر $f(x)$ به صورت یک چند جمله‌ای از درجه فرد باشد، آنگاه:

$R_f = \mathbb{R}$

$f(x) = x+1 \longrightarrow R_f = \mathbb{R}$

$f(x) = x^3 + 3x^2 + 1 \longrightarrow R_f = \mathbb{R}$

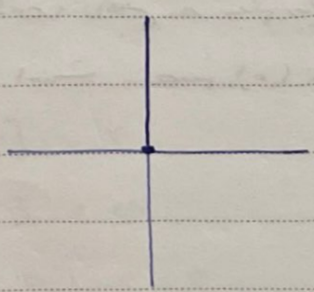


حالت دوم ②:

$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad D_f = \mathbb{R}$

$f(x) = y = (x+1)^2 \geq 0$ اتحاد

-1 = طول رأس



$R_f = [0, +\infty)$

ج۲) $f(x) = x^2 + x + 1$ حل بدون اتحاد مربع کامل

(اتحاد مربع کامل = نصف ضریب x به توان ۲ رسانده و در کل عبارت اضافه و کم می‌کنیم. سپس اتحاد ساخته شده را با متغیرهای x در نظر گرفته و سپس اعداد ثابت را محاسبه می‌کنیم.)

حل:

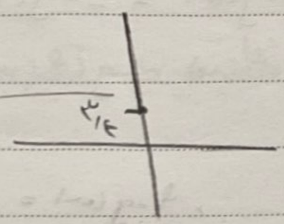
$y = x^2 + x + 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$y = (x^2 + x + \frac{1}{4}) + (1 - \frac{1}{4})$

$y = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$

$\Rightarrow y \geq \frac{3}{4}$

$R_f = [\frac{3}{4}, +\infty)$



حالت سوم ③:

اگر تابع به صورت کسری با عبارت جبری با صورت و مخرج درجه یک باشد. ابتدا به طرفین وسطین وارون تابع را نوشته. دامنه تابع وارون برد تابع اصلی است.

$\frac{y}{1} = \frac{3x}{1-4x} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} y(1-4x) = 3x$

$y - 4xy = 3x$

$y = 3x + 4xy$

$y = x(3 + 4y)$

$\frac{y}{4y+3} = x$ تابع وارون

$\boxed{D_{f^{-1}} = R_f}$

$D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{-\frac{3}{4}\}$

PAPCO

Subject:
Date

- ترکیب تابع:

اگر f و g دو تابع به طوریکه $D_f \cap R_g \neq \emptyset$ باشد، آنگاه ترکیب دو تابع به صورت $f\circ g(x) = f(g(x))$ تعریف میشود.

(به جای x، $g(x)$ را میگذاریم)

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "g"] \arrow[rr, bend right, "f\circ g(x)"'] & g(x) \arrow[r, "f"] & f(g(x)) \end{tikzcd}$$

مثال: اگر $f(x)=\sqrt{x}$ ، $g(x)=x^2+1$ آنگاه $f\circ g(x)$ و $g\circ f(x)$ را بیابید.

$f\circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{x^2+1} =$

$g\circ f(x) = g(f(x)) = (\sqrt{x})^2+1 = x+1$

مثال: اگر $f\circ g(x) = 2x+1$ ، $f(x) = 3x^2$ آنگاه $g(x) = ?$

$f\circ g(x) = f(g(x))$

$\longrightarrow 3g^2(x) = 2x+1$

$g^2(x) = \frac{2x+1}{3}$

$g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{3}}$

- تابع ثابت:

اگر f تابعی باشد که به هر عضو x یک عدد ثابت را نسبت دهد، آنگاه به آن تابع ثابت گویند.

مثال: $f(x)=c$ $\quad D_f=\mathbb{R}$

- تابع زوج و فرد:

تابع $f(x)$ را یک تابع زوج گوییم هرگاه: $f(x) = f(-x)$

$\forall x \in D_f \longrightarrow -x \in D_f$

تابع $f(x)$ را یک تابع فرد گوییم هرگاه: $f(-x) = -f(x)$

$\forall x \in D_f \longrightarrow -x \in D_f$

نکته: تابع فرد نسبت به مبدأ مختصات متقارن، تابع زوج نسبت به محور yها.

نکته: تنها تابعی که هم زوج است هم فرد است، صفر (0) است.

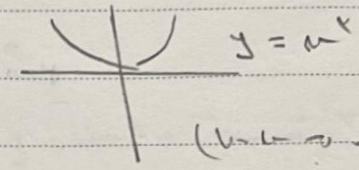
PAPCO

(ج)

$f(x) = x^2$

$f(-x) = (-x)^2 = x^2$

$\boxed{f(x) = x^2} \rightarrow$ تابع زوج

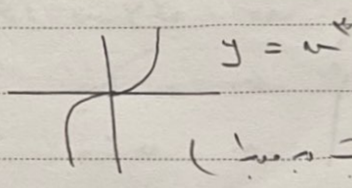


(قرینه نسبت به محور y ها)

$f(x) = x^3$

$f(-x) = -x^3$

$-f(x) \rightarrow$ تابع فرد



(قرینه نسبت به مبدا)

- تابع جزء صحیح:

$[x]$ = جزء صحیح که برابر است با

بزرگترین عدد صحیح (کوچکتر مساوی) x

$n \le x < n+1 \rightarrow [x] = n$

$[3,5] = 3$

$[5,1] = 5$

$[-2,5] = -3$

(ج)

$y = [x]$, $-2 \le x \le 2$

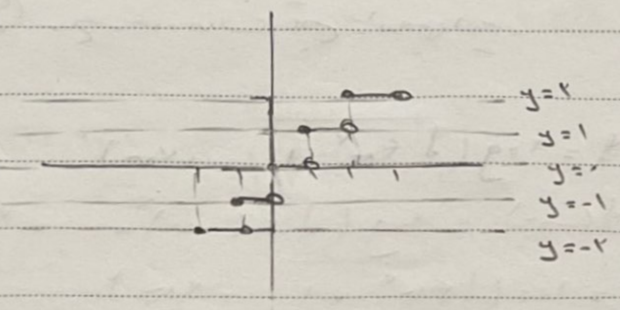
$-2 \le x < -1 \Rightarrow [x] = -2 = y$

$-1 \le x < 0 \Rightarrow [x] = -1 = y$

$0 \le x < 1 \Rightarrow [x] = 0 = y$

$1 \le x < 2 \Rightarrow [x] = 1 = y$

$2 \le x < 3 \Rightarrow [x] = 2 = y$



شکل بالا تابع جزء صحیح $[x]$

- تابع ثابت:

تابع ثابت، تابعی است زوج است.

$f(x) = c \neq 0$

(د) زوج یا فرد بودن تابع را مشخص کنید

$y = \left[\frac{x^2}{1+x^2}\right] \rightarrow$ جزء صحیح رفت به ... است

(دامنه همه اعداد حقیقی است زیرا به ازای همه x ها

جزء صحیح رفت به بی‌نهایت)

$0 \le 1, 1/3, 0.5, \ldots < 1$

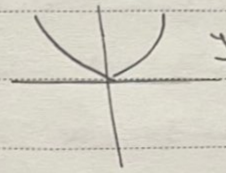
$0 \le \frac{x^2}{1+x^2} < 1 \Rightarrow \left[\frac{x^2}{1+x^2}\right] = 0$

نکته: ۰ هم زوج و هم فرد است

(ج) $f(x) = x^2$

$f(-x) = (-x)^2 = x^2$

$x^2 = f(x) \longrightarrow$ زوج



(ج) زوج ـ فرد بودن تابع را بررسی کنید.

$f = \log(\sqrt{4x^2+1} + 2x)$

$f(-x) = \log(\sqrt{4(-x)^2+1} + 2(-x))$

$= \log(\sqrt{4x^2+1} - 2x)$

$\times \dfrac{\sqrt{4x^2+1} + 2x}{\sqrt{4x^2+1} + 2x}$

$= \log \dfrac{4x^2+1-4x^2}{\sqrt{4x^2+1}+2x} =$

$\log \dfrac{1}{\sqrt{4x^2+1}+2x} =$

$\cancel{\log 1} - \log\sqrt{4x^2+1} + 2x =$

$-\log\sqrt{4x^2+1} + 2x = -f(x)$

فرد است

تمرین

بررسی کنید با رسم ها +

جمع انرژی ها

تمرین زوج و فرد

$$f(x) = x\,\frac{e^x+1}{e^x+e^{-x}}$$

تمرین

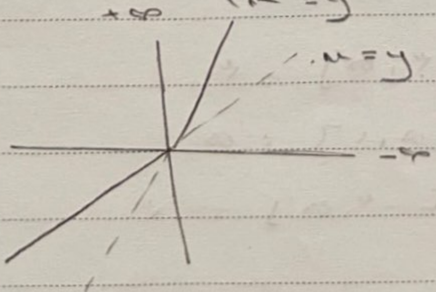
$y = 2x + |x|$

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$y = 2x + \begin{cases} x & x > 0 \\ x = 0 & \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 3x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$$

(اگر دامنه متقارن است و تابع هیچ کدام نیست)



Subject:
Date

$$y = \sqrt{x^2+x+1} \longrightarrow R_f =$$

$$x^2+x+1 \geq 0 \longrightarrow$$

$$a > 0$$

min

$$R_f = [\ \_\ , \infty) \longrightarrow [-1, \infty)$$

تست نوشته نشد

$$y = |x| + x \quad , [-2, 2]$$

① $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

② $x + \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 2x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

x	-2
y	-

$$f(3x-1) = 4x^2+1 \longrightarrow$$

$$3x - 1 = u$$

$$u + 1 = 3x$$

$$\frac{u+1}{3} = x \longrightarrow 4\left(\frac{u+1}{3}\right.$$

$$\Rightarrow f(x)$$

تست ۱

$$y = \sqrt{x^2+x+1}$$

برد ←

تست ۲

$$y = |x| + x, \ [-2, 2]$$

رسم کنید ←

تست

اگر $f(3x-1) = 4x^2+1$ آنگاه $f(x)$ را محاسبه کنید.

$y = \sqrt{x^2+x+1} \longrightarrow R_f = ?$

$x^2+x+1 \geq 0 \longrightarrow x^2+x \geq -1$

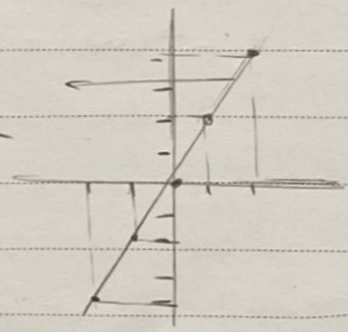
$x(x+1) \geq -1$

min

$R_f = [\ ,\infty) \longrightarrow [-1,\infty)$

$y = |x| + x \ , \ [-2,2] \longrightarrow$ رسم کنید

① $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$



$y = |x| + x$

② $x + \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 2x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

$f(3x-1) = 4x^2+1 \longrightarrow f(x) = ?$

از روش تغییر متغیر:

$3x - 1 = t$

$t + 1 = 3x$

$\frac{t+1}{3} = x \longrightarrow 4\left(\frac{t+1}{3}\right)^2 + 1 = 4\frac{(t+1)^2}{9} + 1$

$\Rightarrow f(x) = 4\frac{(x+1)^2}{9} + 1$

Subject:
Date

$$f(x) = -f(-x) \longrightarrow$$ فرد زوج $$f(-x) = f(x)$$

$$f(x) = x\,\frac{e^{x}+1}{e^{x}+e^{-x}}$$

$$f(-x) = -x\,\frac{e^{-x}+1}{e^{-x}+e^{x}} = -x\,\frac{\frac{1}{e^{x}}+1}{\frac{1}{e^{x}}+e^{x}}$$

$$= -x\,\frac{\frac{1+e^{x}}{\cancel{e^{x}}}}{\frac{1+e^{2x}}{\cancel{e^{x}}}} = -x\,\frac{1+e^{x}}{1+e^{2x}}$$

$$\Rightarrow f(x) \neq f(-x) \longrightarrow$$ زوج ×
$$-f(x) \neq f(-x) \longrightarrow$$ فرد ×
$\Bigg\} \Rightarrow$ این تابع نه زوج است نه فرد

PAPCO

Subject:
Date

- لگاریتم :

فرض کنید $a \neq 1$ عدد حقیقی مثبت باشد

اگر $a^x = N$ ، عدد x را لگاریتم N در مبنای a می نامیم و می نویسیم $\log_a^N = x$

$$a^x = N \rightarrow \log_a^N = x$$

نکته : $\log_a^N = x \iff a^x = N$

در نتیجه عبارت داریم :

$$a^{\log_a^N} = N$$

- خواص لگاریتم :

با توجه به قاعده ضرب و تقسیم در توان

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

① ضرب

$$\log_a^{M \times N} = \log_a^M + \log_a^N$$

② تقسیم

$$\log_a^{\frac{M}{N}} = \log_a^M - \log_a^N$$

③ توان

$$\log_a^{M^n} = n \log_a^M$$

(لگاریتم عدد توان دار را با حاصل ضرب توان در لگاریتم همان عدد برابر است.)

نکته :

log هر عدد در مبنای خودش

$$a^1 = a \rightarrow \log_a^a = 1$$

log ۱ در هر مبنایی

$$a = 1 \rightarrow \log_a^1 = 0$$

(در صورتی که $a \neq 1, 0$ ، حقیقی و مثبت)

$$\log_{a^m}^M = \frac{1}{m} \log_a^M$$

اگر هم a و هم M را توان دار باشند آنگاه :

$$\log_{a^m}^{M^n} = \frac{n}{m} \log_a^M$$

(۴) تغییر مبنا:

$$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$$

(معمولاً به مبنایی می‌بریم که در اکثر عددهای استفاده شده در سؤال‌ها)

(مثال) فرض کنید $\log_4 3 = a$

$\log_3 16 = ?$ آنگاه

$16 = 4^2$ بنابراین

$$\log_3 16 = \frac{\log_4 16}{\log_4 3} = \frac{\log_4 4^2}{a}$$

$$\frac{2\log_4 4}{a} = \frac{2(1)}{a} = \frac{2}{a}$$

(۵) لگاریتم طبیعی:

لگاریتم بر مبنای e.

عدد e تقریباً ۲٫۷۱۸

علامت لگاریتم طبیعی

$$\ln x = \log_e x$$

نکته: $\ln(e) = 1$

(زیرا e به توان ۱ برابر با e است.)

نکته:

$$\log_b M = \log_a M \times \log_b a$$

(۶) لگاریتم بر مبنای ۱۰:

اگر مبنای لگاریتم ۱۰ باشد، لگاریتم را لگاریتم اعشاری می‌نامیم. در این صورت مبنای لگاریتم نوشته نمی‌شود، یعنی آن را ۱۰ در نظر می‌گیریم.

$$\log x = \log_{10} x$$

نکته: اگر رادیکال داشته باشیم مثلاً $\sqrt{5}$ می‌توانیم آن را به توان $\frac{1}{2}$ بنویسیم.

(مثال)

$$\log_{\sqrt{5}} 625 =$$

$$\log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^4 = \frac{4}{\frac{1}{2}} \log_5 5$$

$$8 \times 1 = \boxed{8}$$

نکته:

اگر $a \neq b$ باشد، آنگاه:

$$\log_b a \times \log_a b = 1$$