

«بسم الله الرحمن الرحيم»

پروژه پایان دوره متلب مقدماتی

حوزه موضوع: مکانیک سیالات

استاد: جناب آقای محمدامین غلامپور

نگارش: نیکو شاه کرمی

تابستان 1403

هدف این پروژه، طراحی راه‌حلی در محیط متلب است که نتیجه نهایی کد، پاسخی به سوال زیر باشد:

«یک تانکر به شکل استوانه ای با ارتفاع 10 متر و قطر 5 متر با آب پر شده است . یک سوراخ کوچک در انتهای تانکر به قطر 0.01 متر وجود دارد . سرعت خروج آب از سوراخ با استفاده از معادله توریشلی (Torricell's theorm محاسبه می شود .

الف) سرعت خروج آب را در لحظه ی که ارتفاع آب در تانکر 8 متر است محاسبه کنید .

ب) کدی در متلب بنویسید که سرعت خروج آب را بر حسب ارتفاع آب در تانکر محاسبه کند و نمودار آن را رسم کنید »

پیش از ارائه راه‌حل و ارائه کد متلب، لازم است توضیحاتی در خصوص مفهوم روش حل این سوال داده شود:

رابطه کمیت‌های فیزیکی در حرکت سیال، توسط معادله‌ای به اسم معادله برنولی توضیح داده می‌شود که ضابطه آن به صورت زیر است:

$$\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{\Delta Ek}{2gc} + \frac{\Delta Ep}{2gc} = 0$$

مفهوم این معادله به طور کل این است که مجموع تغییرات انرژی ناشی از عوامل مختلف برای یک سیال صفر است. در واقع بیان دقیق تری از قانون پایستگی انرژی است. جمله اول این معادله بیانگر انرژی ناشی از اختلاف فشار بین دو نقطه است. جمله دوم بیانگر مجموع انرژی جنبشی و جمله سوم بیانگر مجموع انرژی ناشی از اختلاف ارتفاع بین دو نقطه است. دلتا یا به طور مفهومی تغییرات، اساسا باید بین دو نقطه تعریف شود. دو نقطه مدنظر یکی بر روی سطح سیال داخل منبع است، و دیگری در محل خروج سیال. از آنجا که ابعاد منبع در مقایسه با ابعاد سوراخ بسیار بزرگ است، عملا میتوان سرعت نقطه سطحی را در مقایسه با سرعت نقطه خروج سیال از سوراخ صفر در نظر گرفت. معادله بالا شکل کلی معادله برنولی بود. شکل ساده شده و دیفرانسیلی آن به صورت زیر است:

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{v dv}{gc} + \frac{gdz}{gc} = 0$$

چه در نقطه سطح و چه در نقطه خروج، تنها فشار وارده به سیال فشار هواست. پس جمله dp صفر خواهد بود. gc ها ضرایبی برای یکسان کردن واحد پارامترهای یک مسئله هستند که در دستگاه های محاسباتی مختلف تعریف شده اند. حال که dp صفر شده این دو عبارت نیز قابل ساده شدن هستند. پس با ساده سازی های گفته شده معادله نهایی عبارت است از:

$$v = \sqrt{2gz}$$

که به رابطه توریچلی معروف است و با استفاده از آن می توان سرعت خروج سیال از سوراخ منبع را به دست آورد. همانطور که مشاهده می شود، سرعت سیال تنها به شتاب گرانش و فاصله سوراخ از سطح سیال وابسته است و به ابعاد و شکل سیال بستگی ندارد. ابعاد سوراخ نیز بر این سرعت موثر هست، اما تاثیر آن چندان قابل توجه نیست. به این صورت که باتوجه به آن در پشت رادیکال یک ضریب کوچک- که نزدیک به 1 است- ضرب می شود که این ضریب را می توان از کتب پیشرفته مکانیک سیالات پیدا کرد. باتوجه به اینکه این پروژه در آن سطح نیست، می توان از این ضریب صرف نظر کرد.

کد و توضیحات مربوطه :

```
1 clear all %#ok
2 close all
3 clc
4
5 h=input('enter the hight in meter ');
6 while h<=0
7     disp('h cannot be negative');
8     h=input('enter the hight in meter ');
9 end
10
11 g=input('enter coefficient of gravity ');
12
13 v=sqrt(2*g*h);
14 fprintf('the outlet velocity is: %0.3f',v);
15
16 L=0:0.1:h;
17 v=sqrt(2*g*L);
18
19 plot(L,v,'b-d');
20 title('THE VELOCITY GRAPH');
21 xlabel('h');
22 ylabel('v');
```

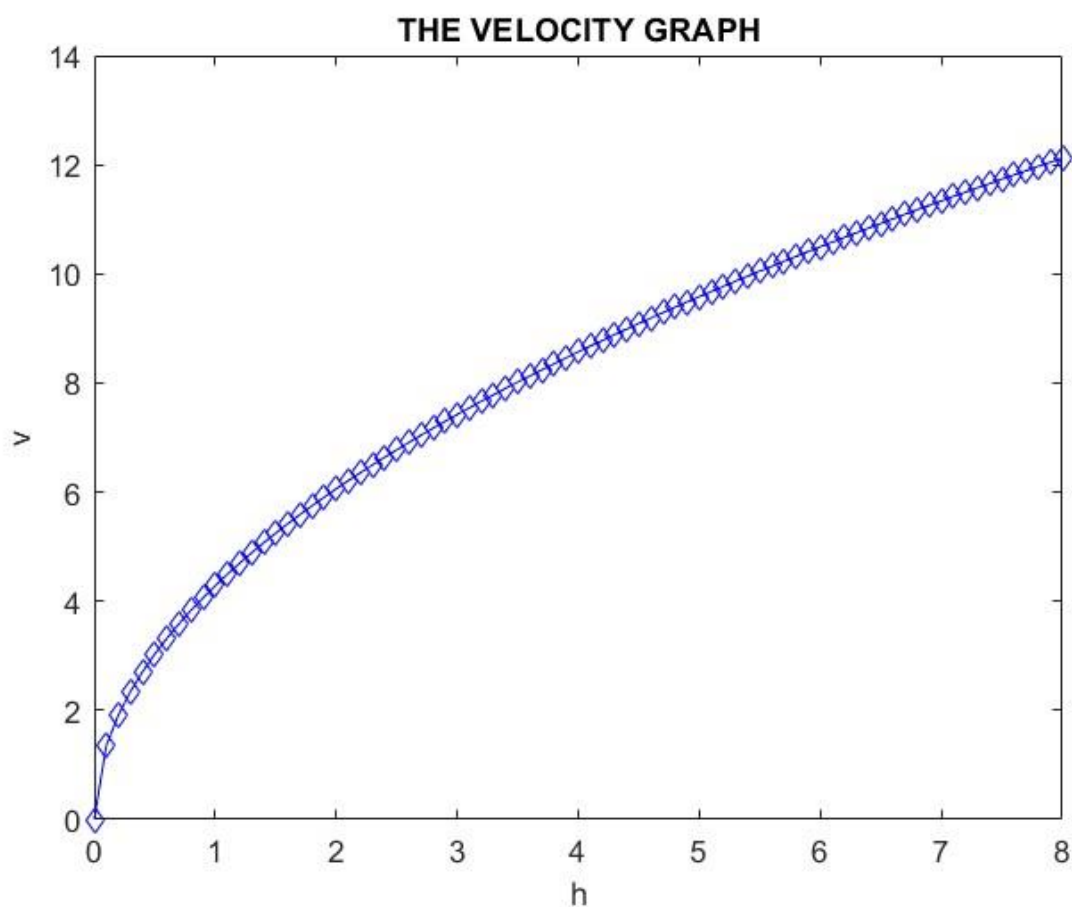
خط پنجم، فاصله بین سوراخ و سطح سیال داخل منبع را از کاربر به عنوان h دریافت می‌کند. حلقه خط 7 تا 9، بررسی می‌کند که ایا عدد داده شده منفی نباشد، چون ارتفاع نمی‌تواند منفی باشد. تا وقتی عدد منفی وارد شود، حلقه نمی‌پذیرد و کاربر را مجبور می‌کند تا عدد مثبت وارد کند.

خط 11 شتاب گرانش را از کاربر به عنوان g دریافت می‌کند. چون ممکن است منبع در ارتفاع خاصی قرار گرفته باشد که شتاب گرانش با سطح دریا متفاوت باشد.

خط 13 و 14 محاسبه کننده و چاپ کننده سرعت، طبق خواسته مسئله است.

خط 16 الی 22 نیز مربوط به رسم نمودار سرعت از ارتفاع 0 تا ارتفاعی است که کاربر داده است.

نمودار سرعت بر حسب ارتفاع سیال نیز برای ارتفاع 8 متر به صورت زیر رسم شده است:



منبع:

کتاب مبانی ترمودینامیک، چاپ سوم-ون وایلن
کتاب در آمدی بر ترمودینامیک مهندسی شیمی، چاپ اول -اسمیت