جزوه باما

دانشجویان و اساتید توجه داشته باشید جزوه موجود به صورت اختصاصی توسط وب سایت **جزوه باما** تهیه شده است و تمامی حقوق مادی و معنوی آن برای این وب سایت محفوظ می باشد.

Jozvebama.ir

سرفصل مطالب :

۱- مبانی لرزه‌شناسی ۲- دینامیک سازه‌ها ۳- پاسخ سیستم‌های خطی در برابر زلزله

۴- سیستم‌های خطی در برابر زلزله ۵- سیستم‌های باربر جانبی

۶- مروری بر آیین‌نامه طراحی ساختمان‌ها در برابر زلزله (2800)

فصل اول :

مبانی لرزه‌شناسی :

لرزه‌شناسی : بررسی گسل‌ها و امواج منتشر شده در درون زمین و همچنین تحریکات ناشی از زلزله و تغییرات آن در مسیر انتشار امواج می‌باشد.

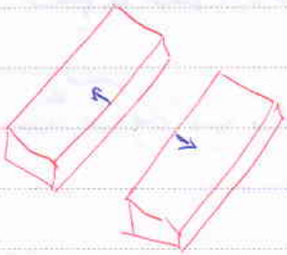
منشأ پیدایش زلزله : معقول‌ترین نظریه در بین لرزه‌شناسان نظریه حرکت زمین‌ساخت صفحه‌ای (Plate tectonic) است که براساس آن پوسته زمین مرکب از ۶ صفحه اصلی و تعدادی زیرصفحه می‌باشد که نسبت به هم حرکت می‌کنند و فعالیت‌های زمین‌شناسی از قبیل زلزله‌ها و آتشفشان‌ها در طول مرز مشترک این صفحات متمرکز می‌باشد. با مقایسه نقشه صفحات زمین و نقشه زمین‌لرزه‌ها به‌طور پیوسته نشان داده می‌شود که تقریباً همه زلزله‌ها در مرز صفحات tectonic روی داده‌اند.

جزوه بابا

انواع رفتارها در مرز صفحات تکتونیکی

رفتار واگرایانه: در این مرزها، صفحات از یکدیگر دور شده به همراه با ایجاد پوسته‌ها جدید می باشند

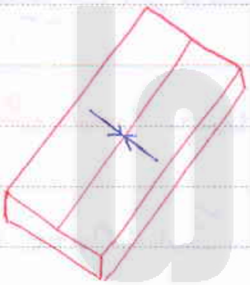
این پدیده در بستر دریاها شکل پشته واگرا وسط اقیانوس‌ها ایجاد می‌شود.



رفتار همگرا فشاری: در این مرزها صفحات با هم برخورد کرده‌اند و به پوسته زمین فشار می‌آورند

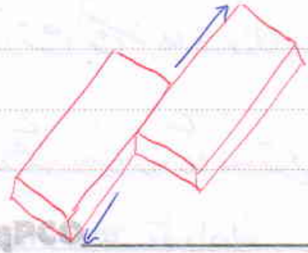
زمین‌ها چین‌ها را ایجاد می‌شد و یا اینکه در اثر فشار، یک صفحه به شکل لبه زیر صفحه دیگر رفته

و مواد لیتوسفر را با خود به داخل پوسته زمین می‌برد که در این نقاط خندق‌های عمیق ایجاد می‌گردد.



رفتار همگرا لغزشی: این صفحات نسبت به یکدیگر در یک صفحه افقی می‌لغزند در این نوع مرزها

نه پوسته جدید ایجاد می‌شود و نه پوسته‌ای منهدم می‌شود.



Subject
Date

تکتونیک ایران :

صفحات اصلی ایران :

صفحه ایران — صفحه عربستان — صفحه اوراسیا

صفحات ایران و عربستان با سرعت های متفاوتی در جهت شمال شرقی حرکت می کنند. صفحه ایران از زیر به وسیله صفحه عربستان رانده می شود. مرز مشترک این دو صفحه به وسیله منطقه گسل زاگرس و چین خوردگی ها زیاد مشخص می باشد زاویه گسل ها معکوس بوده است. از طرفی صفحه ایران از شمال توسط صفحه اوراسیا از شرق توسط صفحه هند از غرب به وسیله صفحه آناتولی احاطه شده است. اما فشار زیادی از صفحه عربستان امکان هر گونه جابجایی را از صفحه ی ایران گرفته است با این اعتقاد بر این است که عمده ی زلزله ها در ایران ناشی از حرکت و فشار صفحه ی عربستان به ایران است.

لرزه خیزی در ایران :

۱- خطی که از آذربایجان شروع شده، در امتداد رشته کوه البرز به شمال خراسان می رسد و دامنه ی جنوب رشته و از شرق کویر تا شمال سیستان ادامه می یابد این نوار به هلال ایران مشهور است.

جزوه بما

۲- امتداد کوه‌های زاگرس تا لارستان این نواحی لرزه‌خیزی خیلی شدیدی ندارند. در ناحیه‌ی زاگرس، زمین‌لرزه‌ها با تعداد زیاد و بزرگی معمولاً کمتر از ۷ روی می‌دهند ولی در ناحیه‌ی البرز، زمین‌لرزه‌ها با تعداد کمتر و با بزرگی‌های بالا که امکان دارد از ۷ نیز بگذرند متداول است.

پارامترهای مفید در پیش‌بینی زلزله:

۱- بررسی تاریخچه‌ی زلزله‌ها، محل، دوره‌ی تکرار و شکاف‌های احتمالی لرزه‌ای

۲- وقوع زلزله‌های خفیف که ممکن است پیش‌لرزه باشد.

۳- بالا آمدن پوسته‌ی زمین قبل از زلزله

٤- وجود گاز رادون در آب‌های زیرزمینی

۵- وجود گاز هلیوم در گازهای خروجی از گسل

۶- تغییرات در خواص مغناطیسی و الکتریکی زمین.

۷- تغییر تنش داخلی زمین

۸- بالا آمدن سطح آب چاه‌ها

جزوه با ما

زلزله‌های غیرتکتونیکی :

زلزله‌هایی که در اثر رها شدن ناگهانی انرژی اندوخته شده در پوسته زمین ایجاد می‌شوند به لرزه‌های غیر تکتونیکی موسوم‌اند. انواع زلزله‌های غیرتکتونیکی عبارت‌اند از :

۱ـ ریزش توده، فروریختن غارها و فعالیت‌های آتش‌فشانی می‌تواند موجب زلزله‌های کوچک شوند.

۲ـ فعالیت‌های انسانی باشد : ساخت سدها و ذخیره نمودن حجم زیادی از آب در پشت آن باعث افزایش فشار وارد بر سنگ‌ها و احتمالاً زلزله می‌گردد.

۳ـ انفجارهای هسته‌ای می‌توانند به پیدایش زلزله کمک کنند.

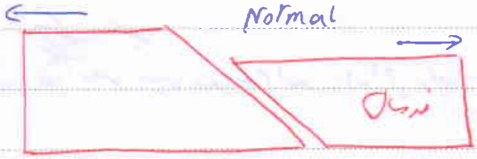
گسل : عبارت است از سطح یا پوسته‌ای که دو مجموعه‌ی سنگ را از هم جدا می‌کند و صفحه‌ای است که در طول آن حرکات زمین رخ می‌دهد و معمولاً حرکت زمین در یک زلزله از آن ناشی می‌شود. صفحه همه‌ی گسل‌ها در سطح پوسته زمین پدیدار نشده است تا با چشم قابل رویت باشد. لذا بعضی از گسل‌ها در سطح زمین اثری از خود ندارند.

انواع گسل : رفتار آن‌ها مشابه با حرکات صفحات زمین است. همگرا، واگرا و ـــ

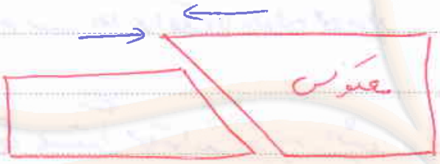
۱ـ گسل ساکن : صخره‌های دو طرف گسل نسبت به هم ساکن بوده و هیچ حرکتی ندارند.

(صفحات واگرا)

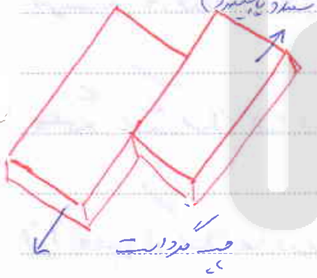
۲_ گسل نرمال (کششی) : صفحه‌ها معمولاً گسل تمایل به جدا شدن از یکدیگر داشته و ایجاد کشش در گسل می‌کنند. درصورتیکه به کشش نیرو آ سیختی ناهمتا باشد، یک صفحه نسبت به صفحه دیگر به طرف پایین حرکت می‌کند.



۳_ گسل معکوس (فشاری) : صفحه‌ها معمولاً گسل تمایل به فشردن یکدیگر داشته و در گسل فشار ایجاد می‌کنند. درصورتیکه به فشار نیرو آ نتیجه ناهمتا باشد یک صفحه نسبت به صفحه دیگر در امتداد صفحه‌ی گسل به طرف بالا حرکت می‌کند.



۴_ گسل امتداد لغز : حرکت در طول یک صفحه‌ی گسل تقریباً قائم به صورت لغزش جانبی صورت می‌گیرد این حرکت می‌تواند به سمت راست یا چپ باشد. (راستگرد یا چپگرد)



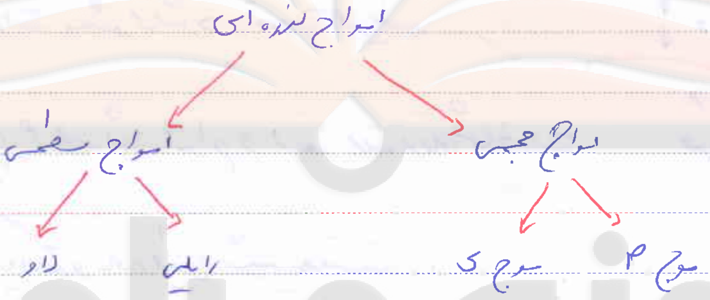
جزوه باما

گسل فعال: گسل هایی که طی چند هزار سال گذشته حرکت نموده و در آینده نیز حرکت خواهند کرد. که به وسیله‌ی پژوهش های زمین شناسی و عکس های هوایی تعیین می شوند. معمولا زلزله ها در مناطقی که گسل فعال دارند رخ می دهد بنابراین هنگام طرح پروژه ها، نیروی تخلیه شده نیروها، فاصله و مشخصات گسل های فعال منطقه باید مشخص شود.

طول گسل ها: طول گسل ها بسیار متفاوت است. (می تواند بین چند متر تا صدها کیلومتر باشد.

نیروی زلزله با طول گسل رابطه دارد.

امواج لرزه ای:



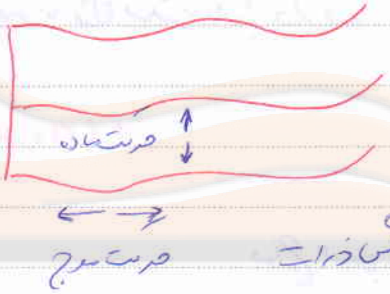
امواج حجمی: امواج حجمی در داخل زمین حرکت می کنند.

موج P: موج P یا موج فشاری، امواجی است که زمین را به صورت جلو و عقب در راستای حرکت موج می لرزاند مانند فشرده شدن و رها کردن آکاردئون. سرعت موج P از دیگر امواج لرزه ای بیشتر و مابین ۶-۸ km/s می باشد. امواج P در جامدات و مایعات منتشر می شود.

این امواج می‌توانند به صورت امواج صوتی به داخل اتمسفر منتشر شوند و اگر فرکانس این امواج در حد شنوایی گوش باشند ممکن است به وسیله حیوانات قابل شنیدن باشند.

به این امواج، امواج اولیه نیز می‌گویند زیرا اولین امواجی هستند که به دستگاه لرزه‌نگار می‌رسند.

موج S: موج S یا موج برشی، موجی است که زمین را در راستای عمود بر جهت حرکت موج می‌لرزاند و از نوع امواج عرضی محسوب می‌شود. سرعت موج S حدود نصف سرعت موج P است. یعنی بین ۲-۵ km/s می‌باشد.



امواج S فقط در جامدات منتشر می‌شود. قدرت تخریب امواج S بیشتر از امواج P می‌باشد. امواج S از نظر حرکت ارتعاشی ذرات و انتشار امواج نور یا الکترومغناطیس شبیه هستند.

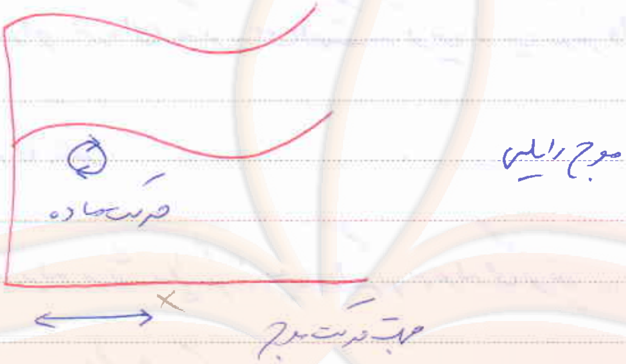
امواج سطحی: این امواج تنها در سطح زمین حرکت می‌کنند. سرعت آنها در مقایسه با امواج درونی کمتر و حدود ۱۸-۴۵ km/s می‌باشد. حرکت امواج سطحی در سطح زمین، دارای بیشترین مقدار است و با افزایش عمق از شدت آن کاسته می‌شود. قدرت تخریب امواج سطحی به علت ایجاد تغییر شکل‌های قابل ملاحظه در زمین بیشتر از امواج حجمی است.

امواج سطحی که توسط لرزه نگاشت ثبت می‌شوند معمولا دارای پریود بلند و دامنه زیادی هستند.

دامنهٔ زیادتری دارند.

موج رایلی: موجی که باعث لرزش سطح زمین به صورت حرکت بیضی گون شده و حرکت عرضی ندارند.

امواج رایلی به علت مولفه قائم حرکتشان می‌توانند بر روی حجم‌های زیادی از آب دریاها تأثیر بگذارند.



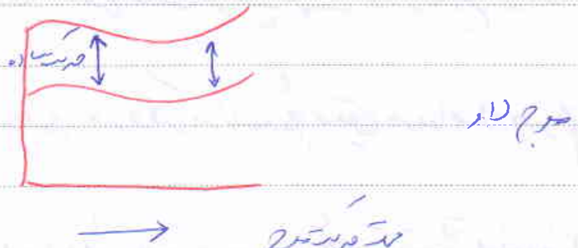
موج لاو: موجی که حرکت افقی در جهت عرضی یا عمود بر جهت حرکت موج دارد یا به عبارت دیگر

این موج زمین را از پهلو به پهلو در یک صفحه افقی موازی با سطح زمین به ارتعاش در می‌آورد.

اثر تکان از امواج لاو تکان افقی به پی ساختمان می‌باشد و از این رو خسارت ایجاد می‌کنند. امواج لاو

از آنجایی که آب نمی‌تواند عبور کنند معمولا اگر آب‌های سطحی نیزارها، دریاچه‌ها اثر می‌کنند و آنها را به

جلو و عقب می‌رانند.



سرعت امواج لرزه‌ای: $$V_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} \times \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{E}{\rho} \times \frac{1}{2(1+\nu)}}$$

E: مدول الاستیسیته

ρ: دانسیته خاک

ν: نسبت پواسون

نکته: اگر $\nu = ۰/۲۵$ باشد ← $V_p = \sqrt{3}\, V_s$

کانون زلزله: اثر امواج لرزه‌ای به گونه‌ای است که گویی از یک منبع واحد ساطع شده‌اند.

این منبع را کانون زلزله می‌نامند.

مرکز زلزله: تصویر کانون زلزله بر روی سطح کره زمین را مرکز زلزله می‌گویند.

عمق زلزله: فاصله بین نقطه کانون و مرکز زلزله، عمق زلزله نامیده می‌شود.

انواع زلزله‌ها بر حسب عمق کانونی:

- زلزله‌های با عمق کم (کمتر از ۷۰ km) خطرناک‌تر

زلزله‌های با عمق زیاد (۳۰۰–۶۰۰ km)

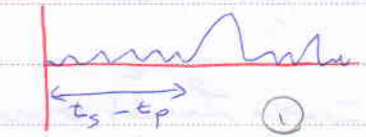
نکته: حوزه اثر زلزله‌ها سطحی نسبتاً کوچک است و در خارج از آن فقط با وسایل لرزه‌نگار

نمی‌توان زلزله را حس نمود در حالی که زلزله‌های عمیق در فواصل دور هم احساس می‌شوند. از طرفی معمولا

زلزله‌های مخرب همواره از نوع سطحی هستند و زلزله‌های عمیق تأثیر تخریبی چندانی ندارند.

تعیین کانون زلزله: ①

d: فاصله لرزه‌نگار تا کانون



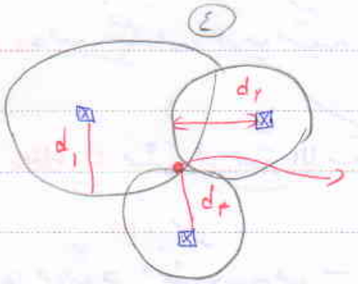
فاصله زمانی بین موج P و S

②
$$t_s = \frac{d}{V_s}$$

$$t_p = \frac{d}{V_p}$$

③
$$t_s - t_p = \frac{d}{V_s} - \frac{d}{V_p} = \frac{V_p d - V_s d}{V_s \times V_p} = \frac{d(V_p - V_s)}{V_s \times V_p}$$

④



نقطه تلاقی بین ۳ d ها حاصل از هر لرزه‌نگار

شدت زلزله: برای تعیین اندازه زلزله، می‌توان از شدت زلزله با مقیاس مرکالی استفاده کرد که به صورت تابعی از احساس و دریافت انسان، مشهودات ایجاد از زلزله و میزان تاثیر بر ساختمان‌ها بیان می‌شود.

بزرگی زلزله: بزرگی یک مقیاس کمی است و برای اندازه‌ی زلزله برای مهندسان حائز اهمیت می‌باشد.

بزرگی ریشتر: در فاصله معینی از مرکز زلزله دامنه ارتعاش حاصل از زلزله با انرژی آزاد شده ارتباط مستقیم دارد و همچنین اندازه زلزله به انرژی آزاد شده بستگی دارد. بزرگی زلزله براساس دامنه ارتعاش برحسب واحد میکرون به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$M = \log_{10}^{A}$$

M: بزرگی برحسب درجه ریشتر

A: دامنه لرزه‌نگار برحسب میکرون (۱۰) توسط یک لرزه‌نگار وود اندرسون در فاصله ۱۰۰ کیلومتری مرکز زلزله

مرسوم است [illegible].

فرکانس: سرعت حرکت امواج زلزله $f = \frac{1}{T}$

T پریود: زمان حرکت موج ها

نکته: احتمال اینکه همیشه در فاصله ۱۰۰ کیلومتری مرکز زلزله ایستگاه داشته باشیم بسیار کم است

بنابراین رابطه ریشتر به صورت زیر اصلاح می‌شود. $m = \log_{10} A - \log_{10} A_0 = \log_{10} \frac{A}{A_0}$

A: دامنه بیشینه لرزه در یک ایستگاه دلخواه برحسب میکرون

A_0: دامنه بیشینه لرزه در یک ایستگاه دلخواه برای زلزله استاندارد برحسب میکرون

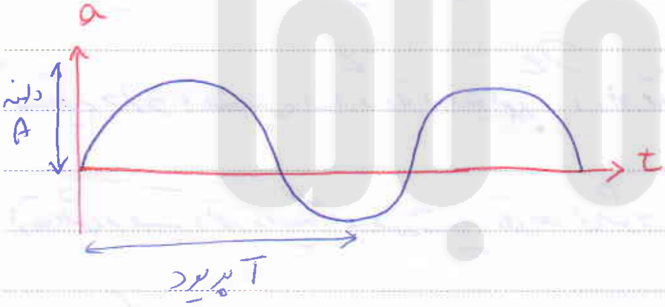
انرژی زلزله: بخشی از انرژی الاستیک آزاد شده در حین یک زلزله صرف خرد شدن سنگ‌ها و جابجایی سنگ‌ها می‌شود و بخش دیگر به صورت امواج زلزله انتشار می‌یابد. رابطه بین بزرگی زلزله و انرژی آزاد شده را

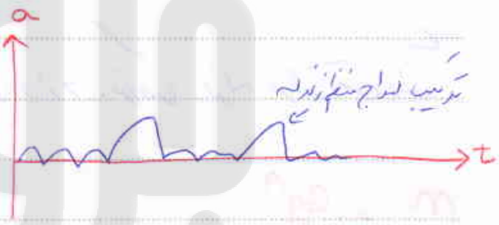
براساس رابطه گوتنبرگ-ریشتر می‌توان به دست آورد. $\log E = 11.8 + 1.5m$

E: انرژی آزاد شده برحسب ارگ (هر ژول 10^7 ارگ است)

افزایش یک واحد بزرگی زلزله ۳۲ برابر انرژی آزاد می‌شود.

دامنه‌ی جابجایی با واحد ریشتر، دامنه‌ی زلزله ۱۰ برابر بیشتر می‌شود.





زلزله‌ها نواحی دور و نزدیک دریا:

در نواحی نزدیک دریا به مرکز زلزله فرکانس‌ها بالا، از شدت زیادی برخوردارند. به همین علت فرکانس‌ها

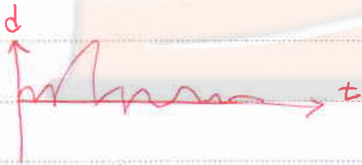
Subject
Date

قالب (گسل‌هایی دارای شدت زیاد) در این نواحی گسل‌ها بالا هستند به دیگر، اگر بستر سنگی به سطح زمین نزدیک باشد .

در فواصل دور دست پریود امواج زلزله بالا می‌رود ولی دامنه ارتعاشات بسیار کوچک است .

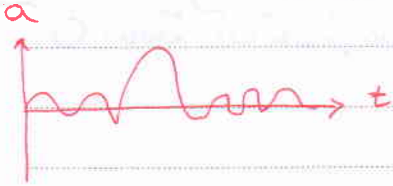
لرزه‌نگار : وظیفه لرزه‌نگار ثبت جابجایی زمین است و اصول کار آن بر اساس حرکت آزاد وزنه می‌باشد .

لرزه‌نگار ابزار مهم زمین لرزه شناسی است . و به کمک آن مرکز زلزله، شدت زلزله، همچنین امواج زلزله حتی لایه‌ها خاک، مشخصات حوزه‌ای خاک تعیین می‌شود . اطلاعاتی که از لرزه‌نگار استفاده می‌شود برا طراحی سازه قابل استفاده نیست . بلکه عامل اساسی مورد استفاده طراحی سازه شتابی است که به پی سازه وارد می‌شود .



شتاب‌نگار : شتاب‌نگار دستگاهی است که شتاب زلزله را ثبت می‌کند . در مناطق مختلف شبکه‌ای از شتاب‌نگارها نصب می‌شود که در هر ایستگاه سه دستگاه شتاب‌نگار نصب می‌شود تا ۲ مولفه افقی و یک مولفه قائم شتاب زمین را ثبت کنند . که به آن شتاب‌نگاشت یا تاریخچه زمانی شتاب گویند .

۲ مولفه افقی شتاب زمین برای اکثر زلزله‌ها ثبت شده تقریباً شدت یکسان دارند .



$F = m.a$

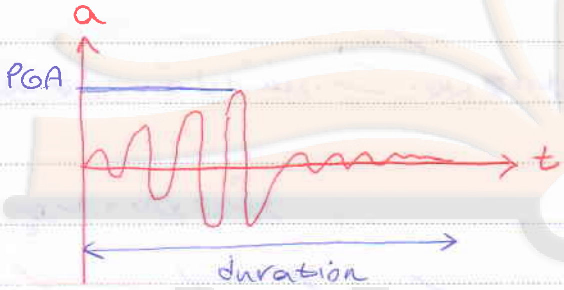
PAPCO

عنصر اساسی برای حل معادله دینامیکی سازه، شتابی است که به پای آن وارد می‌شود. بنابراین

مهندس سازه با شتاب‌نگاشت کار دارد.

پارامترهای اساسی مهندسی زلزله :

- PGA (شتاب حداکثر زلزله)
- duration (مدت تکان زلزله)
- Frequency content (محتوای فرکانسی)



* خاک‌های نرم پریود بلند دارند.

تأثیر نوع خاک بر امواج زلزله :

هنگامی که ارتعاشی از لایه سنگی وارد لایه نرم می‌شوند، دامنه ارتعاش و پریود آن افزایش می‌یابد. بنابراین خسارت سازه‌ها در زمین‌های نرم یا آبرفتی می‌تواند شدید باشد. البته این اثر به نوع سازه، دوره تناوب آن، فاصله آن تا مرکز زلزله نیز بستگی دارد.

Subject
Date

پیامدهای آسیب رسانی زلزله:

۱- نیروهای اینرسی زیاد ناشی از تکان های شدید زلزله

در ماسه های سست اشباع

۲- روانگرایی و نشست ← فشار آب حفره ای ← $\sigma = \sigma' + u$ ← تنش موثر

توضیح: درصورتیکه یک لایه ماسه اشباع شده تحت اثر امواج زلزله قرار بگیرد، تنش موثر در خاک کاهش می یابد و با رسیدن مقاومت برشی موثر به صفر دانه های ماسه همانند مایعی عمل می نماید و پدیده روانگرایی اتفاق می افتد در اثر آن ساختمان ها در تمام سطح یا بخشی از آنها دچار نشست می شوند و بعضی از آنها واژگون می شوند.

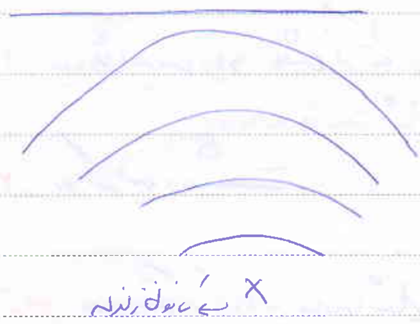
۳- سونامی: موج های بلندی که در هنگام وقوع زلزله در سطح اقیانوس ایجاد می گردد و مناطق ساحلی را می پوشانند. متداول ترین علت تشکیل سونامی ها هم، جابجایی های ضربه آسا در امتداد گسل غوطه ور در آب هست.

۴- زمین لغزش: از بین رفتن پایداری شیروانی های خاکی یا سنگی منجر به ایجاد زمین لغزش می شود.

۵- آتش سوزی

Subject
Date

سوال: علت کاهش شدت زلزله با افزایش فاصله از کانون زلزله چیست؟



① انرژی منعکس شده در کانون (زلزله) آن هرچه پخش می‌شود و به زمین نزدیک‌تر می‌شود مقطع بزرگتری از زمین را در بر می‌گیرد و انرژی آن پخش می‌شود به همین دلیل انرژی آن در نزدیکی سطح زمین کمتر از انرژی کانون زلزله می‌شود.

② چون در اثر برخورد امواج زلزله با سطوح مختلف از قبیل سنگ‌ها و خاک‌های مختلف سطح زمین در اثر اصطکاک از انرژی آن کاسته شده و شدت آن ضعیف می‌شود.

دینامیک سازه‌ها:

روش‌های تحلیل سازه‌ها در برابر نیروی ناشی از زلزله:

۱- روش استاتیکی معادل یا آیین‌نامه‌ای

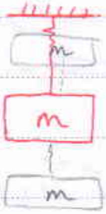
۲- روش دینامیکی معادل یا طیفی

۳- روش دینامیکی

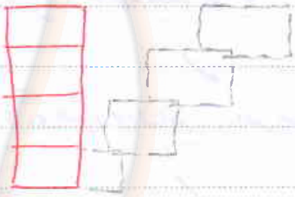
PaPCO

انواع ارتعاشات :

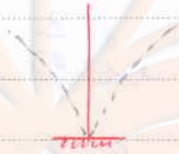
۱- محوری



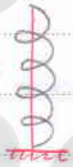
۲- برشی



۳- خمشی



۴- پیچشی



دینامیک سازه‌ها :

روش‌های تحلیل سازه‌ها در برابر نیروی ناشی از زلزله :

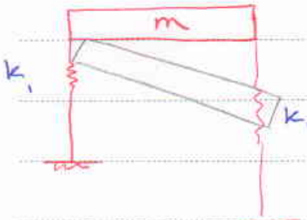
۱- روش استاتیکی معادل یا زمین لرزه‌ای

۲- روش دینامیکی معادل یا طیفی

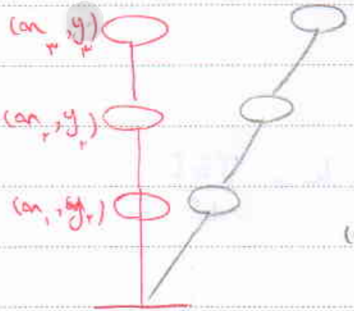
۳- روش دینامیکی

درجات آزاد : تعداد مختصات لازم جهت تعیین یک جرم در هر لحظه، به درجات آزادی آن

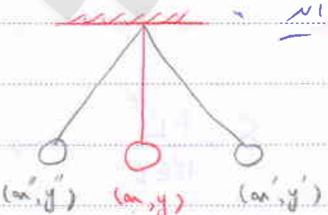
جرم به شکل زیر می‌آید



دو درجه آزاد



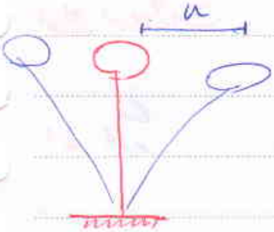
سه درجه آزاد



یک درجه آزادی

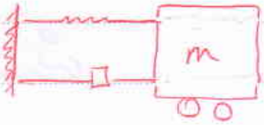
۱۷

Subject
Date



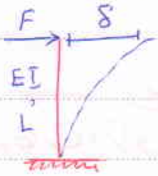
سختی و میرایی: اگر جرم را به اندازه u تغییر مکان بدهیم باید نقطه ارتجاعی حس شود

در حالت اول، سختی ستون در حالت دوم باعث برگشت به وضعیت اولیه جرم خواهد شد. نیروی الاستیک فوق توسط ستون یا فنر تابع تغییر مکان بوده و

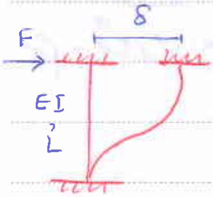


نیروی فنر یا سختی نامیده می شود. این جرم با یک سرعت معین به وضعیت اولیه برگشته و به طرف دیگر متمایل می شود. و در حقیقت ارتعاش می نماید. اگر سیستم دارای رفتار ارتجاعی باشد و هیچ اتلاف انرژی صورت نگیرد جرم همچنان ارتعاش خواهد کرد. ولی در محل اتصالات با هوا یا بین اجزا سیستم و اتصالات و ... باعث اتلاف انرژی می شود. به طوری که ارتعاش سیستم پس از چند لحظه متوقف می شود. نیروهایی که باعث استهلاک انرژی می شود نیروهای میرایی نامیده می شوند.

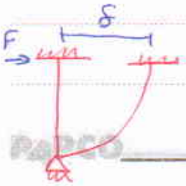
تعیین سختی جانبی: سختی جانبی عبارت است از نیروی جانبی لازم برای ایجاد تغییر مکان واحد.



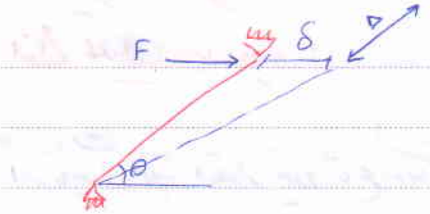
$$\delta = \frac{FL^{۳}}{۳EI} \longrightarrow F = \overset{k}{\left(\frac{۳EI}{L^{۳}}\right)}\delta \longrightarrow k = \frac{۳EI}{L^{۳}}$$



$$\delta = \frac{FL^{۳}}{۱۲EI} \longrightarrow k = \frac{۱۲EI}{L^{۳}}$$



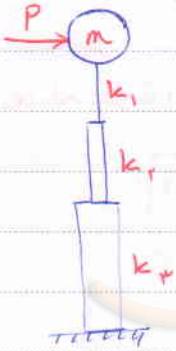
$$\delta = \frac{FL^{۳}}{۳EI} \qquad k = \frac{۳EI}{L^{۳}}$$

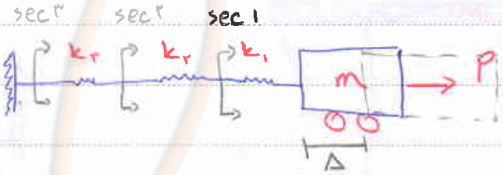


$$\delta = \Delta \cdot \cos\theta$$
$$\Delta = \frac{PL}{AE}$$
$$\Rightarrow \delta = \frac{PL}{EA} \cdot \cos\theta$$

$$\xrightarrow{P = F\cos\theta} \delta = \frac{F\cdot\cos\theta \cdot L}{EA}\cos\theta \rightarrow F = \left(\frac{EA}{L}\cos^2\theta\right)\delta \xrightarrow{\delta = 1} k = \frac{EA}{L}\cos^2\theta$$

ترکیب سختی فنرها سری :

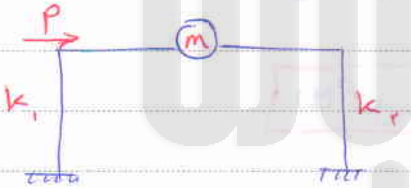




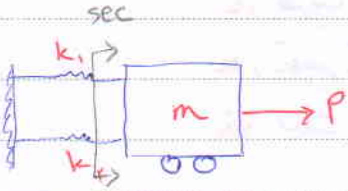
$$F_1 = P \qquad \Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$
$$F_2 = P \qquad k \cdot \Delta = F \longrightarrow \Delta = \frac{F}{k}$$
$$F_3 = P$$

$$\frac{P}{k} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} \qquad \boxed{\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}}$$

ترکیب سختی فنرها موازی :



$$P = F_1 + F_2$$
$$\Delta = \Delta_1 = \Delta_2$$
$$F = k \cdot \Delta$$



$$k\cdot\Delta = k_1\Delta_1 + k_2\Delta_2$$
$$\rightarrow \boxed{k = k_1 + k_2}$$

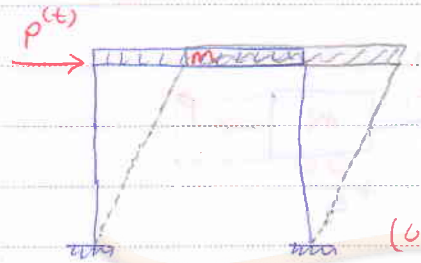
انواع تحریک دینامیکی :

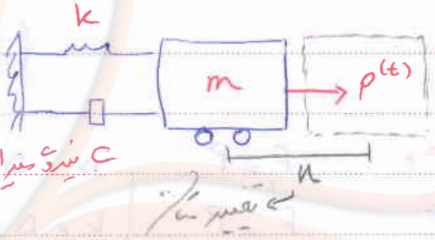
اگر تغییرات جهت و مقدار نیرو تابع زمان باشد آن نیرو تحریک دینامیکی خواهد داشت .

الف) نیروی دینامیکی خارجی در امتداد جانبی ($p^{(t)}$)

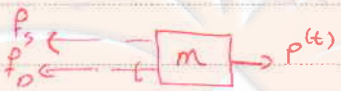
ب) حرکت زمین به علت زلزله ($u_g^{(t)}$)

معادله حرکت :





c نیروی میرایی (بازدارنده، اصطکاک)



f_s : نیروی سختی فنر

f_D : نیروی میرایی میرا کننده

$p^{(t)}$: نیروی خارجی دینامیکی

u : تغییرمکان ، $\dot{u}$: سرعت ، $\ddot{u}$: شتاب

قانون دوم نیوتن : $F = ma = m\ddot{u}$

$$p^{(t)} - f_s - f_D = m\ddot{u} \Rightarrow p^{(t)} = m\ddot{u} + f_s + f_D$$

معادله حرکت $\boxed{m\ddot{u} + f_s + f_D = P(t)}$

$f_s = k \cdot u$ k: ضریب سختی

$f_D = c \cdot \dot{u}$ c: ضریب میرایی

u: تغییر مکان

$\dot{u}$: سرعت

ارتعاش آزاد : در صورتیکه به نیروی خارجی وارد بر جرم برابر با صفر باشد ($F(t) = 0$) پاسخ معادله حرکت را پیام پاسخ ارتعاش آزاد می نامند و معادله حرکت به صورت زیر در خواهد آمد .

$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$ معادله ارتعاش آزاد

ارتعاش آزاد از بهم زدن وضعیت تعادل سیستم با اعمال تغییر شکل اولیه ($u(0)$) و سرعت اولیه ($\dot{u}(0)$) در زمان صفر ایجاد شده و پس از آن جرم شروع به نوسان و ارتعاش می کند .

ارتعاش آزاد یک سیستم یک درجه آزاد فاقد میرایی :

$m\ddot{u} + ku = 0$

$\ddot{u} + \frac{k}{m}u = 0 \longrightarrow \ddot{u} + \omega^2 u = 0$

معادله دیفرانسیل

$\frac{k}{m} = \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

فرکانس زاویه‌ای سیستم بدون میرایی

جواب عمومی $u(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$

$\dot{u}(t) = -A\omega\sin(\omega t) + B\omega\cos(\omega t)$

$\ddot{u}(t) = -A\omega^2\cos(\omega t) - B\omega^2\sin(\omega t)$

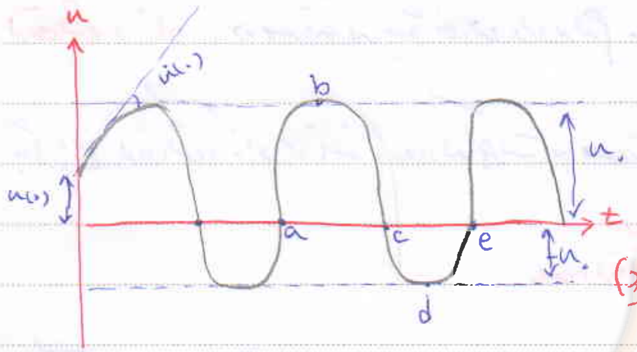
$\Rightarrow -A\omega^2\cos(\omega t) - B\omega^2\sin(\omega t) + A\omega^2\cos(\omega t) + B\omega^2\sin(\omega t) = 0$

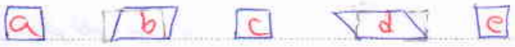
$t = 0 \rightarrow u(0) = A$ تغییر مکان در لحظه صفر

$t = 0 \rightarrow u(0) = B$ سرعت در لحظه صفر

PaPCO

جزوه بان





دوره تناوب (پریود) $T = \frac{2\pi}{\omega}$ → فرکانس زاویه ای

فرکانس $f = \frac{1}{T}$

پاسخ ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزاد بدون میرایی : $u(t) = u(0)\cos(\omega t) + \dot{u}(0)\sin(\omega t)$

دامنه ارتعاش : $u_0 = \sqrt{[u(0)]^2 + \left(\frac{\dot{u}(0)}{\omega_n}\right)^2}$

مثال : مطابق شکل نمای یک ساختمان صنعتی یک طبقه به ابعاد 9×6 m در پلان مفروض است.

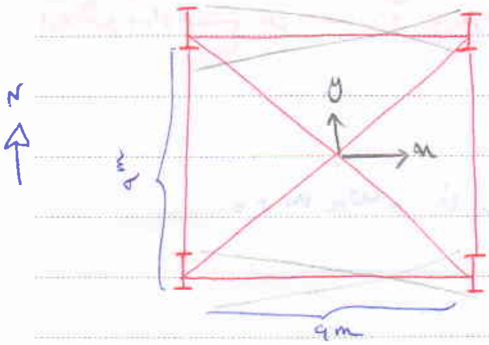
سیستم سازه در امتداد شمال و جنوب به صورت خمشی و در امتداد شرقی غربی مهاربندی است.

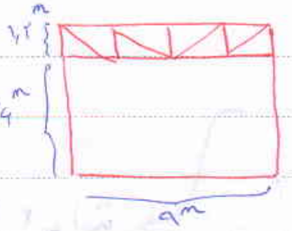
وزن سقف $150\ kg/m^2$ می باشد و سقف در صفحه خود کاملا صلب فرض شده است. مشخصات ستون ها به شرح زیر است:

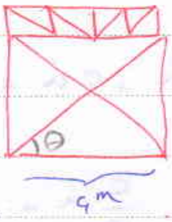
$$\begin{cases} I_x = 3440\ cm^4 \\ I_y = 760\ cm^4 \\ E = 2\times10^6\ kg/cm^2 \end{cases}$$

بادبند امتداد شرقی و غربی از میلگرد به قطر 25 mm ساخته شده است. معادله حرکت حاکم بر ارتعاش آزاد را در امتداد شمالی و جنوبی و همچنین امتداد شرقی و غربی تعیین کنید.

فرکانس طبیعی زاویه ای، فرکانس و زمان تناوب طبیعی را نیز در هر ۲ امتداد به دست آورید.







$m = ۱۵۰ \times ۹ \times ۶ = ۸۱۰۰ \text{ kg}$

جهت تیرها ـ صلب $\qquad k = \underset{\text{تعداد ستون}}{۴} \left(\frac{۱۲EI}{L^۳} \right) = ۴ \times \left(\frac{۱۲ \times ۲ \times ۱۰^۶ \times ۲۴۴۵}{\underset{\text{cm}}{۳۶۰^۳}} \right) = ۷۰۸۸,۵ \text{ kg/cm}$

$۸۱۰۰\, \ddot{u} + ۷۰۸۸,۵\, u = ۰$ نحوه مقاومت ها

ستون و صلب ـ تیر ـ خمش

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۷۰۸۸,۵}{۸۱۰۰}} = \qquad T = \frac{۲\pi}{\omega_n}$ شرق و غرب ـ بادبندها

سختی بادبند : $\frac{EA}{L} \cos^۲\theta$

$\cos\theta = \cos\left(\frac{۶}{\sqrt{۶^۲ + ۳,۶^۲}} \right) = ۰,۸۵۷$

قطر میلگرد ۲۵^{mm}

$A = \frac{\pi d^۲}{۴} = \pi \times \frac{(\overset{cm}{۲,۵})^۲}{۴} = ۴,۹۱ \text{ cm}^۲$

$L = \sqrt{۶^۲ + ۳,۶^۲} = ۷m = ۷۰۰ \text{ cm}$

$\frac{EA}{L} \cos^۲\theta = \frac{۲ \times ۱۰^۶ \times ۴,۹۱}{۷۰۰} \times (۰,۸۵۷)^۲ = ۱۰۳۱۵,۳ \text{ kg/cm}$

$k = ۲ \frac{EA}{L} \cos^۲\theta = ۲۰۶۳۰,۶ \text{ kg/cm}$

$\longrightarrow$ چون ۴ بادبند اما فقط بادبندهای کششی

$۸۱۰۰\, \ddot{u} + ۲۰۶۳۰,۶\, u = ۰ \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = ۵۰ \frac{rad}{s} \qquad T_n = \frac{۲\pi}{\omega_n} = ۰,۱۲۶$

ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزادی با میرایی:

$$m\ddot{u}+c\dot{u}+ku=0$$

$$\ddot{u}+\frac{c}{m}\dot{u}+\frac{k}{m}u=0 \longrightarrow \ddot{u}+2\xi\omega_n\dot{u}+\omega_n^2u=0$$

کسی

نسبت میرایی $\xi=\frac{c}{2m\omega}$

نسبت میرایی یک پارامتر بدون بعد است و به جرم، خصوصیات صلبیت جسم بستگی دارد.

جواب عمومی:

$$u(t)=e^{-\xi\omega_n t}\left(A_1e^{i\omega_D t}+A_2e^{-i\omega_D t}\right)$$ جواب عمومی معادله ارتعاش آزاد با میرایی

$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$ فرکانس زاویه‌ای طبیعی

$\omega_D=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$ فرکانس زاویه‌ای میرا شده

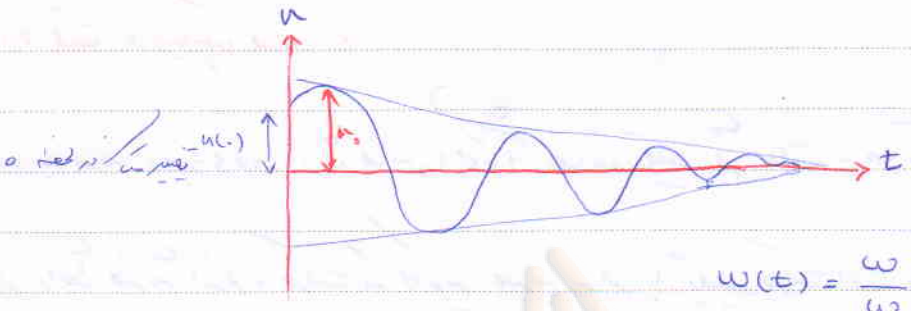
جواب عمومی معادله: $u(t)=e^{-\xi\omega_n t}\left(A\cos\omega_D t+B\sin\omega_D t\right)$

با فرض شرایط اولیه: $u(t=0)=u(0) \qquad \dot{u}(t=0)=\dot{u}(0)$

$$A=u(0)\ ,\ B=\frac{\dot{u}(0)+\xi\omega_n u(0)}{\omega_D}$$

جواب عمومی معادله ارتعاش آزاد با میرایی: $u(t)=e^{-\xi\omega_n t}\left(u(0)\cos\omega_D t+\frac{\dot{u}(0)+\xi\omega_n u(0)}{\omega_D}\sin\omega_D t\right)$

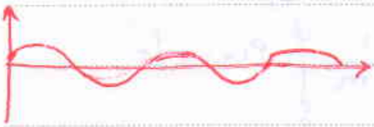
Subject
Date



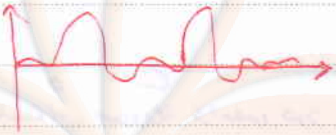
$$w(t) = \frac{\omega}{\omega_D} u_0$$ → دامنه نرم

انواع بارهای دینامیکی :

۱_ بارهای پریودیک منظم



۲_ بار نامنظم

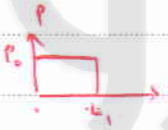


۳_ بار ضربه

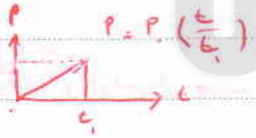
پاسخ بارهای دینامیکی ضربه‌ای :

انواع ضربه :

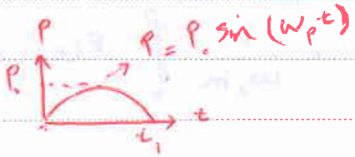
۱_ مستطیلی



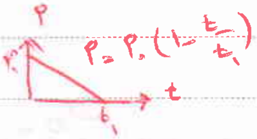
۳_ مثلثی افزایشی



۲_ سینوسی



۴_ مثلثی کاهشی

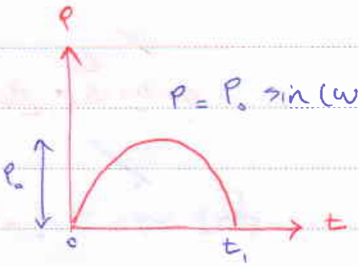


جزوه باما

رفتار سازه تحت بار دینامیکی ضربه :

۱- زمانی که بار ضربه وجود دارد : اثر ضربه را می‌توان به صورت تغییر سرعت به حساب آورد. با

استفاده از رابطهٔ ضربه اندازه حرکت که می‌گوید ضربه برابر با تغییر حرکت است داریم :



$P = P_0 \sin(\omega_p \cdot t)$

$m \times \overset{\dot{u}}{V} = P \times t$

$$\dot{u}(t) = \frac{1}{m}\int_0^{t_1} P(t) \times dt$$

۲- زمانی که بار ضربه وجود ندارد و سازه تحت اثر نیروهای داخلی خود ارتعاش آزاد می‌کند. در این حالت

با استفاده از معادلات ارتعاش آزاد پاسخ سیستم به دست می‌آید.

معادله ارتعاش آزاد بدون میرایی : $u(t) = u(0)\cos(\omega_n t) + \frac{\dot{u}(0)}{\omega}\sin(\omega_n t)$

t_1 $\qquad t' = t - t_1 \qquad t' = t - t_1$

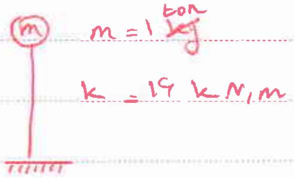
ارتعاش آزاد پس از ضربه برای سیستم بدون میرایی ؟

$$u(t-t_1) = \frac{1}{\omega_n m}\int_0^{t_1} P(t)\, dt \cdot \sin\omega(t-t_1)$$

ارتعاش آزاد پس از ضربه برای سیستم با میرایی ؟

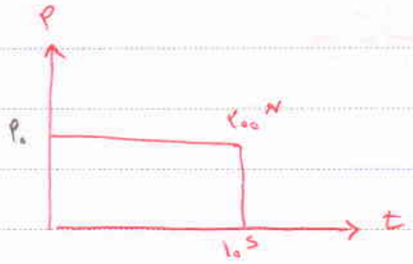
$$u(t-t_1) = \frac{1}{\omega_D m}\int_0^{t_1} P(t)\, dt \times e^{-\xi\omega_n(t-t_1)} \times \sin\omega_D(t-t_1)$$

مثال: مطلوب است محاسبه تغییر مکان سیستم با مشخصات زیر در زمان $t=20^s$ تحت بار ضربه‌ای نشان داده شده:



$m = 1\ \text{ton}$ ~~kg~~

$k = 16\ kN/m$



$$\dot u(t) = \frac{1}{m}\int_0^t P(t)\,dt$$

$$\rightarrow \dot u(10) = \frac{1}{1000}\int_0^{10} 200\,dt = \frac{200t}{1000}\Big|_0^{10} = 2$$

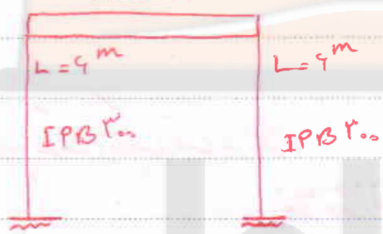
$$u(t-t_1) = \boxed{\frac{1}{m\omega_n}\int_0^{t_1} P(t)\,dt}\cdot \sin\omega_n(t-t_1)$$

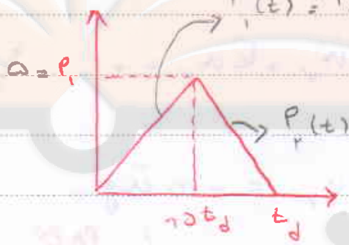
$2 =$

$$u(20-10) = \frac{1}{4}\times 2\times \sin(4\times(20-10)) = 0.5\sin 40$$

تمرین: مطلوب است پاسخ سیستم یک درجه آزادی تحت بار ضربه شکل زیر (اگر E در سوال داده شد $E = 200GPa$)

$M = 200\ \text{ton}$





$$P_1(t) = P_0\left(\frac{t}{t_1}\right) = \frac{5t}{0.05} = 100t$$

$$P_2(t) = P_0\left(1-\frac{t}{t_1}\right) = 5\left(1-\frac{t}{0.05}\right) = 5 - 100t$$

$P_1 = 5\ \text{ton}$

$t_d = 0.1\ s$

$$u(t) = \frac{\dot u(0)}{\omega m}\sin\omega t$$

$I = 25170\times 10^{-8}$
IPB300 جدول

$$\dot u(t) = \frac{1}{m}\int_0^t P(t)\,dt \rightarrow \dot u(t_d) = \frac{1}{m}\int_0^{t_d} P(t_d)\,dt \quad \Big\{\ k = \frac{12(EI)}{L^3}$$

هر ۲ ستون ۲ سر گیردار

$$u(t) = \frac{\int_0^{t_d} P(t)\,dt}{m\omega}\sin(t-t_d) \rightarrow$$

ارتعاش آزاد پس از ضربه را بدست بیاورید

$$\int_0^{t_d} P(t)\,dt = \int_0^{0.05} P_1(t)\,dt + \int_{0.05}^{0.1} P_2(t)\,dt = \int_0^{0.05} 100t\,dt + \int_{0.05}^{0.1}(5-100t)\,dt = \dots$$

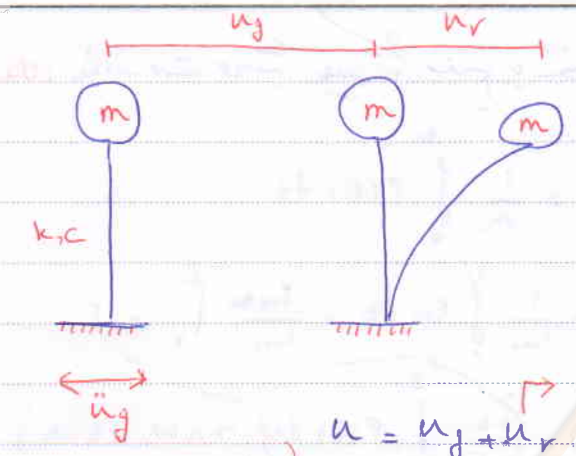
IPB جدول
۲ ستون

$$k = \frac{2\times 12\times 200\times 10^{9}\times 25170\times 10^{-8}}{6^3} = \frac{1208160000}{216} = 5593333,33$$

(آرتین تیری) $L^3 = 6^3$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5593333,33}{100\times 10^{-3}}} = 7,5$$

تحریک زلزله :



$$u = u_g + u_r$$

u ← تغییرمکان کل

u_r ← تغییرمکان نسبی سازه نسبت به زمین

u_g ← تغییرمکان زمین

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P(t)$$

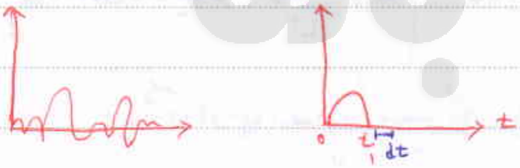
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

$$m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_r) + c\dot{u}_r + ku_r = 0$$

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + ku_r = \underbrace{-m\ddot{u}_g}_{P_{eff}}$$ معادله حرکت دینامیکی تحت بار زلزله

P_{eff} نیروی موثر زلزله

پاسخ به بارگذاری دینامیکی عام و مدل کردن زلزله :



ضربه $$\dot{u}(t) = \frac{1}{m}\int_0^{t_1} P(t)\,dt$$

پاسخ ارتعاش آزاد بعد از ضربه $$u(t) = \frac{\dot{u}(t_1)}{\omega}\sin(\omega t) + \cancelto{0}{u(t_1)}\cos(\omega t)$$

$$u(t) = \frac{\int_0^{t_1} P(t)\,dt}{m\omega}\sin(\omega t)$$

$$du(t) = \frac{P(t)\cdot\sin(\omega t)}{m\omega}\,dt$$

$$u(t) = \frac{\int_0^t P(t)\cdot\sin\omega(t-t_1)\,dt}{m\omega}$$ پاسخ به بار زلزله در حالت بدون میرایی

به انتگرال دیوهامل

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D}\int_0^t P(t)\,e^{-\xi\omega_n(t-t_1)}\cdot\sin\omega_D(t-t_1)\,dt$$

پاسخ به بار زلزله در حالت با میرایی

$$P(t) = |-m\ddot{u}_g| = m\ddot{u}_g$$

$$u(t) = \frac{1\times m}{m\omega}\int_0^t \ddot{u}_g\cdot\sin\omega(t-t_1)\,dt$$

$$u(t) = \frac{1}{\omega}\int_0^t \ddot{u}_g\cdot\sin\omega(t-t_1)\,dt$$ بدون میرایی

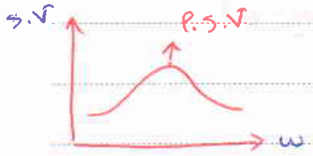
$$u(t) = \frac{1}{\omega}\int_0^t \ddot{u}_g(t)\,e^{-\xi\omega_D(t-t_1)}\cdot\sin\omega_D(t-t_1)\,dt$$ با میرایی

از طیف سرعت

$$u(t) = \frac{1}{\omega}\int_0^t \ddot{u}_g(t)\sin\omega(t-t_1)\,dt$$

فرض می‌کنیم در لحظه $t=t_m$ سرعت ماکزیمم شود. در نتیجه خواهیم داشت:

$$t=t_m \longrightarrow (u(t_m))_{max} = \frac{1}{\omega}\int_0^{t_m} \underbrace{\ddot{u}_g(t)\cdot\sin\omega(t-t_m)\,dt}_{\uparrow\ S.\bar{V}}$$



طیف پاسخ سرعت

حداکثر سرعت طیفی

$$u_{max} = \frac{1}{\omega}\times P.S.\bar{V}$$

طیف پاسخ سرعت برای سازه یک درجه آزادی

حداکثر سرعت طیفی

حداکثر تغییر مکان طیفی

$$u_{max} = \frac{1}{\omega} \times P.S.V \rightarrow u_{max} = \frac{1}{\cancel{\omega}} \times \cancel{\omega} . S.d = S.d$$

$$u_{max} = \frac{1}{\omega} \times \frac{P.S.A}{\omega} = \frac{P.S.A}{\omega^2}$$ → حداکثر شتاب طیفی

$$u = |A| \sin \omega t$$

$$\dot{u} = |A\omega| \cos \omega t \qquad u \times \omega = \dot{u}$$

$$\ddot{u} = |A\omega^2| \sin \omega t \qquad \dot{u} \times \omega = \ddot{u}$$

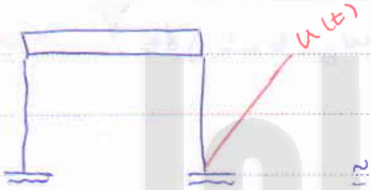
برش پایه $Q = m \times P.S.A$

لنگر پایه $M = m \times h \times P.S.A$

حداکثر شبه سرعت طیفی $P.S.V = \omega \times S.d$ → حداکثر تغییر مکان طیفی

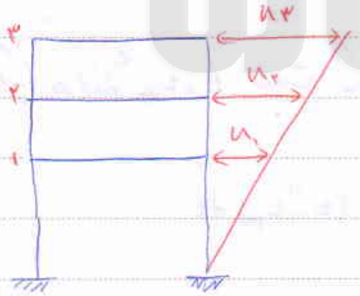
حداکثر شبه شتاب طیفی $P.S.A = \omega^2 S.d$

سیستم های چند درجه آزادی :



$Q = m \times P.S.V$

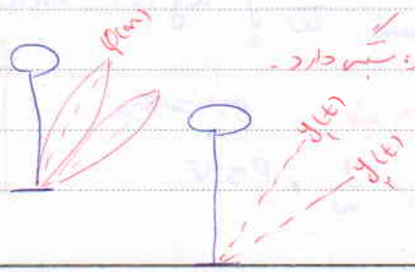
لنگر پایه $M = m \times h \times P.S.V$



تابع شکل فقط به مشخصات هندسی و جنس مصالح سازه بستگی دارد.

$$u(x,t) = \varphi(x) . y(t)$$

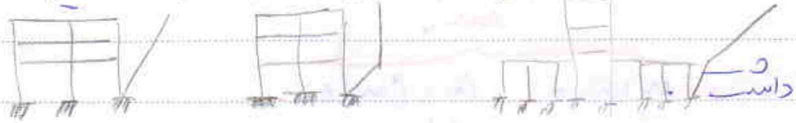
به نیروی وارده بستگی دارد.



Subject

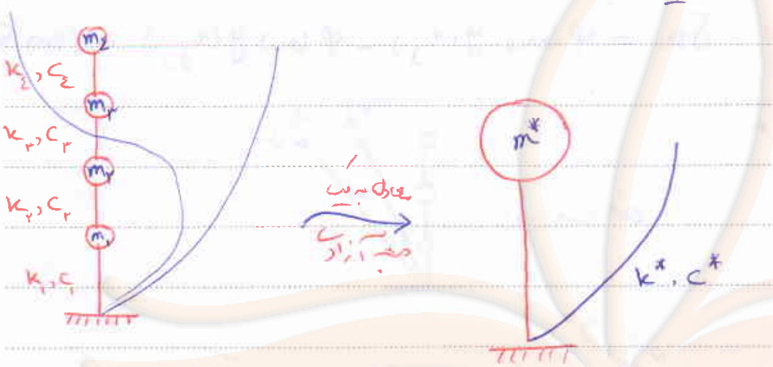
Date

نکته: درصورتیکه تابع شکل (φ(x)) به صورت صحیح باشد یعنی سازه در پلان و ارتفاع منظم باشد توزیع مناسب

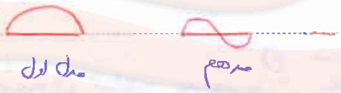


انرژی زلزله در طبقات را خواهیم داشت

حل سیستم های چند درجه آزاد { حل مستقیم ـــ مستقیم
تبدیل به یک درجه آزاد

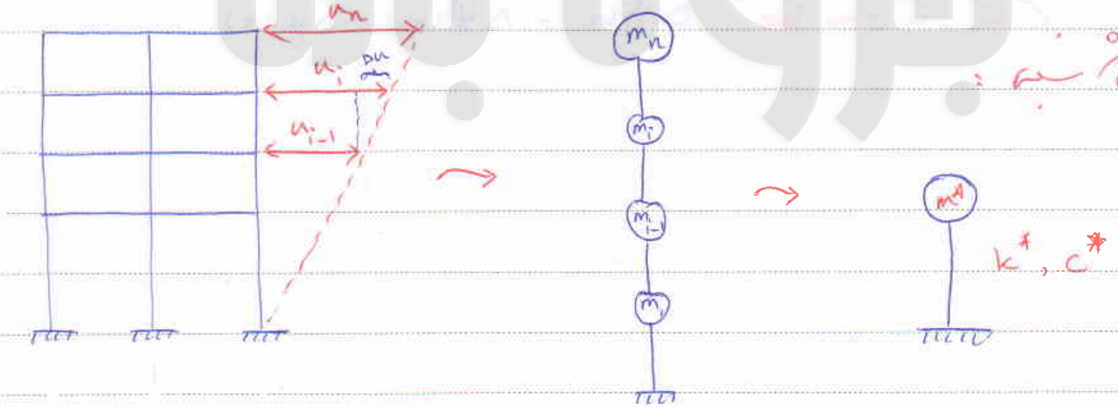

m_4
k_4, c_4
m_3
k_3, c_3
m_2
k_2, c_2
m_1
k_1, c_1
معادل با یک
درجه آزاد
m^*
k^*, c^*

$$\omega^* = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$$


مد اول
مد دهم

نوسان سازه معادل شده با سازه اصلی متفاوت است. سازه یک درجه آزاد باوارد شدن نیرو تحت پریود اصلی خود حرکت رفت و برگشتی دارد. اما در سازه چند درجه آزادی هم به ازا هر درجه آزادی یک فرکانس طبیعی داریم و حرکت سازه فقط تحت تاثیر اگر ω_1 به فرکانس اصلی سازه می باشد نیست.

تغییر شکل سیستم:


u_n
u_i
u_{i-1}
m_n
m_i
m_{i-1}
m_1
m^*
k^*, c^*

جزوه با ما

$$u(x,t) = \varphi(x)\,.\,y(t)$$

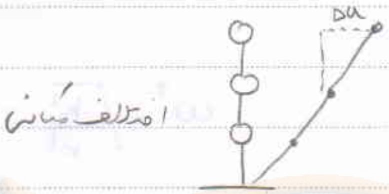
در زمان ثابت اختلاف تغییر مکان i ام نسبت به طبقه زیرین (i-1)

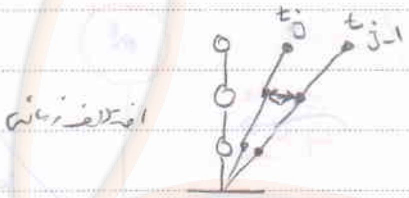
$$\overbrace{u_i(x,t) - u_{i-1}(x,t)}^{\Delta u} =$$

$$\varphi_i(x)\,.\,y(t) - \varphi_{i-1}(x)\,.\,y(t) = \Delta\varphi(x)\,.\,y(t)$$

اختلاف تغییر مکان طبقه i ام در لحظه t_j , t_{j-1}

$$\delta u = \varphi(x)\,y(t_j) - \varphi(x)\,y(t_{j-1}) = \varphi(x)\,\delta y(t)$$





درصورتی که زمان حرکت ثابت باشد و محاسبه تغییرات نسبی ۲ طبقه‌ی مختلف مدنظر باشد مقدار تغییر مکان نسبی به صورت $\Delta u = \Delta\varphi(x)\,.\,y(t)$ محاسبه می‌شود و درصورتی که اختلاف تغییر مکان یک طبقه بین ۲ لحظه از زمان مدنظر باشد مقدار آن به صورت $\delta u = \varphi(x)\,.\,\delta y(t)$ محاسبه می‌شود.

تغییرات نسبت به زمان و مکان $\Delta\delta u = \Delta\varphi(x)\,.\,\delta y(t)$

Subject

Date

معادله حرکت دینامیکی :

$$P(t) = f_i + f_c + f_k$$

معادله حرکت دینامیکی برای سیستم یک درجه آزاد معادل

$$f_i = m\,\ddot{u}(x,t) = m\,\varphi(x)\,\ddot{y}(t)$$

$$f_c = c\,\dot{u}(x,t) = c\,\Delta\varphi(x)\,\dot{y}(t)$$

$$f_k = k\,u(x,t) = k\,\Delta\varphi(x)\,y(t)$$

$$\Rightarrow m^*\ddot{y}(t) + c^*\dot{y}(t) + k^*y(t) = P^*(t)$$

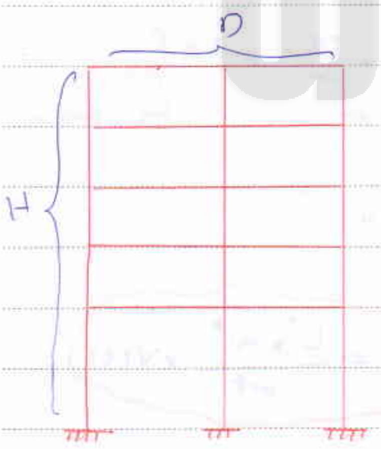
$$\Rightarrow m\,\varphi(x)\,\ddot{y}(t) + c\,\Delta\varphi(x)\,\dot{y}(t) + k\,\Delta\varphi(x)\,y(t) = P(t)$$

$$m^* = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\varphi_i^2(x) \qquad \omega^* = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$$

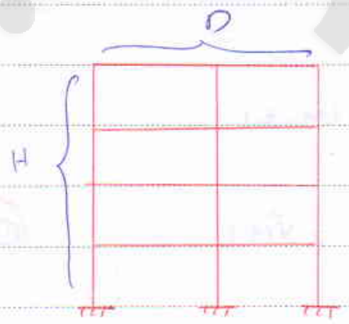
$$c^* = \sum_{i=1}^{n} c_i\,.\,\Delta\varphi^2(x)$$

$$k^* = \sum_{i=1}^{n} k_i\,\Delta\varphi^2(x)$$

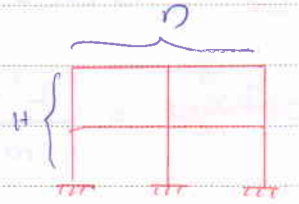
$$P^* = \sum_{i=1}^{n} P_i\,.\,\varphi_i(x)$$



H/D > ۳



۱٫۵ < H/D < ۳



H/D < ۱٫۵

بلند $\varphi(x) = 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{2H}\right)$ متوسط $\varphi(x) = \frac{x}{H}$ کوتاه $\varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2H}\right)$

Subject
Date

تغییر مکان هر طبقه :

$$u(t) = \frac{1}{m.\omega} \underbrace{\int_0^t P(t_1) . \sin\omega(t-t_1)\, dt}_{V(t)}$$

یک درجه آزاد

$$u(t) = \frac{1}{m.\omega} . V(t)$$

چند درجه آزاد

$$\boxed{u(x,t) = \frac{\varphi_i(x) . L}{m^* . \omega^*} \times V(t)}$$ مهم

$$L = \sum_{i=1}^{n} m_i \times \varphi_i$$

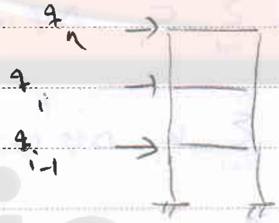
⤷ ضریب ~~[illegible]~~ جرم
توزیع

نیروی برشی هر طبقه :

$$q_i(x,t) = m_i \times \ddot{u}(x,t)$$

$$= m_i \times \omega^{*2} \times u(x,t)$$

$$\boxed{= \frac{m_i \times \varphi_i(x) \times L \times \omega^{*2}}{m^* \times \omega^*} \times V(t)}$$ مهم



$$\ddot{u}(x,t) = \omega^2 \times u(x,t)$$

ω سرعت زاویه‌ای $= \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ ⤷ فرکانس

$$u(x,t) = \omega \times u(x,t)$$ T پریود جنبشی

برش پایه $$Q(t) = \sum_{i=1}^{n} q_i(x,t)$$

مجموع برش طبقات $$= \frac{L^2 \times \omega^{*2}}{m^* \times \omega^*} \times V(t)$$

$$\boxed{Q(t) = \frac{L^2 \times \omega^*}{m^*} \times V(t)}$$

PaPCO

Subject

Date

آنالیز طیفی : آنالیز تاریخچه زمانی مقادیر را در هر لحظه از زمان می دهد. اما آنالیز طیفی ماکزیمم مقادیر را

$$\boxed{P.S.V \times \omega = P.S.A}$$

بدست می دهد.

$$u_{max} = \frac{\varphi_{i(m)} \cdot L}{m^* \cdot \omega^*} \times P.S.V = \frac{\varphi_{i(m)} \cdot L}{m^* \cdot \omega^{*2}} \times P.S.A$$

$$Q_{max} = \frac{L^2 \times \omega^*}{m^*} \times P.S.V = \frac{L^2}{m^*} \times P.S.A$$

$$q_{i\,max} = \frac{m_i \cdot \varphi_{i(m)} \times L \times \omega^*}{m^*} \times P.S.V = \frac{m_i \cdot \varphi_{i(m)} \cdot L}{m^*} \times P.S.A$$

$$q_{i\,(max)} = \frac{m_i \cdot \varphi_i}{L} Q = \frac{m_i \varphi_i}{\sum m_i \varphi_i} Q$$

$$Q = \underset{\downarrow}{C} \cdot \overset{\text{جرم سازه}}{W}$$

$$\underbrace{\frac{AB\,I}{R}}_{P.S.A} \times \underbrace{W}_{\frac{L^2}{m^*}}$$

مراحل روش آنالیز طیفی :

۱- $\varphi_{(m)}$ را فرض می کنیم.

۲- محاسبه m^* و k^*

۳- ω^* را محاسبه می کنیم.

۴- محاسبه P.S.A به کمک ω^* و طیف پاسخ

۵- محاسبه مقادیر تغییر مکان، نیروی هر طبقه و برش پایه

جزوه بما

PaPCO

Subject

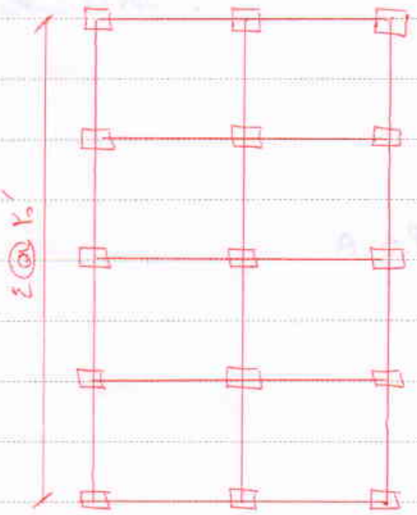
Date

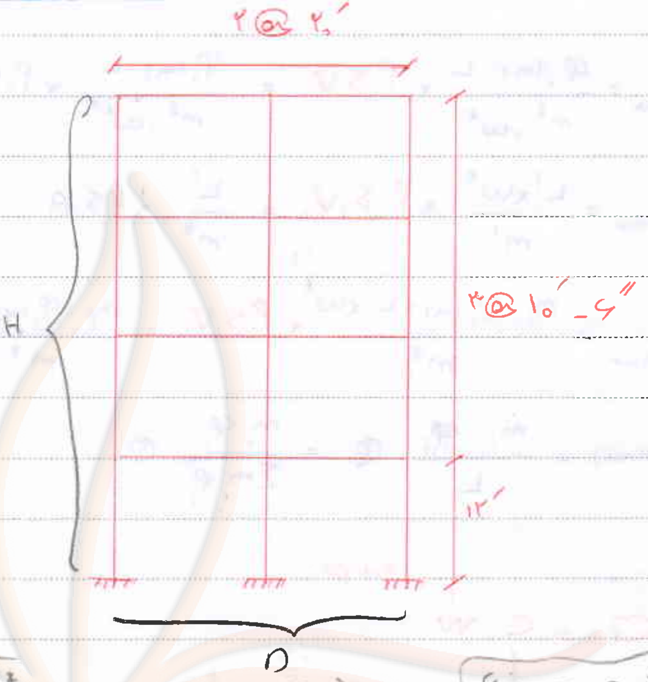
ω^*

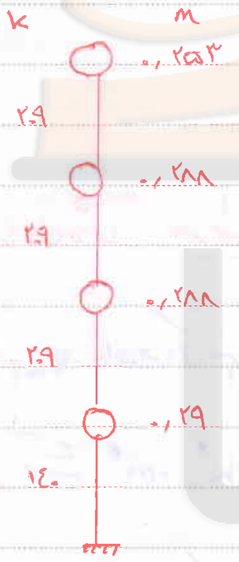
مثال، برای سازه‌ی داده شده در شکل، فرکانس زاویه‌ای معادل را بیابید.

$1\,ft = ۱۲\,in$

$1\,in = ۲{,}۵\,cm \Big\} \rightarrow 1\,ft = ۳۰\,cm$







$$\omega^* = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$$

$$\boxed{۶\,in = ۰{,}۵\,ft}$$

$$\boxed{1\,in = \frac{1}{۱۲}\,ft}$$

$$m^* = \sum_{i=1}^{n} m_i \varphi_i^{۲} \quad , \quad \varphi_{(n)} = \sin\left(\frac{\pi n}{۲H}\right) \qquad k^* = \sum_{i=1}^{n} k_i \Delta\varphi^{۲}$$

$$H = ۱۲ \times ۳۰ + ۳ \times (۱۰ \times ۳۰ + ۶ \times ۲{,}۵) = ۵۴۹\,cm$$

$$D = ۲ \times ۲۰ \times ۳۰ = ۱۲۰۰\,cm$$

فاصله تراز طبقه تا بعد

$$H/D = ۵۴۹/۱۲۰۰ < ۱{,}۵ \rightarrow \text{سازه کوتاه} \rightarrow \varphi_{(n)} = \sin\left(\frac{\pi n}{۲H}\right)$$

ارتفاع کل

$$H = ۱۲ + ۳(۱۰{,}۵) = ۴۳{,}۵$$

$$m^* = ۰{,}۲۹ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ۱۲}{۲ \times ۴۳{,}۵}\right)\right)^{۲} + ۰{,}۲۸۸ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ۲۲{,}۵}{۲ \times ۴۳{,}۵}\right)\right)^{۲} + ۰{,}۲۸۸ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ۳۳}{۲ \times ۴۳{,}۵}\right)\right)^{۲}$$

$$+ ۰{,}۲۵۳ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ۴۳{,}۵}{۲ \times ۴۳{,}۵}\right)\right)^{۲} = ۰{,}۷۰۴$$

۳۹

Subject

Date

$$k^* = \sum_{i=1}^{n} k_i (\Delta\varphi)^۲ \quad , \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{۲H}\right)$$

$$k^* = ۱٤۰ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ۱۲}{۲\times ٤۳٫۵}\right) - ۰\right)^۲ + ۲۰۹ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ۲۲٫۵}{۲\times ٤۳٫۵}\right) - \sin\left(\frac{\pi \times ۱۲}{۲\times ٤۳٫۵}\right)\right)^۲$$

$$+ ۲۰۹ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ۳۳}{۲\times ٤۳٫۵}\right) - \sin\left(\frac{\pi \times ۲۲٫۵}{۲\times ٤۳٫۵}\right)\right)^۲ + ۲۰۹ \times \left(\sin\left(\frac{\pi \times ٤۳٫۵}{۲\times ٤۳٫۵}\right) - \sin\left(\frac{\pi \times ۳۳}{۲\times ٤۳٫۵}\right)\right)^۲$$

$$= ۵۳٫۹۳۳$$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{۵۳٫۹۳۳}{۰٫۷۰٤}} = ۸٫۷۵ \ rad/s \qquad T = \frac{۲\pi}{\omega^*} = ۰٫۷۲ \ s$$

روش دوم حل (جدول)

طبقه	سختی k	جرم m	تابع شکل $= \sin(\frac{\pi x}{۲H})$ φ_i	$\Delta\varphi$	m^* $m_i\varphi_i^۲$	$k\Delta\varphi^۲$
٤		۰٫۲۵۲	۱		۰٫۲۵۲	
	۲۰۹			۰٫۰۷۱		۱٫۰۵٤
۳		۰٫۲۸۸	۰٫۹۲۹		۰٫۲٤۹	
	۲۰۹			۰٫۲۰۳		۸٫۶۱۳
۲		۰٫۲۸۸	۰٫۷۲۶		۰٫۱۵۲	
	۲۰۹			۰٫۳۰۶		۱۹٫۵۷
۱		۰٫۲۹	۰٫٤۲		۰٫۰۵۱	
				۰٫٤۲		۲٤٫۶۹۶

$m^* = ۰٫۷۰٤$ $\quad \hookrightarrow k^* = ۵۳٫۹۳۳$

سوال : $P.S.A = ۰٫۳g \rightarrow u_٤ = ?$ $\qquad L = \sum m_i \varphi_i = ۰٫۸٤۹$

$$u_{max} = \frac{\varphi_{(x)} \cdot L}{m^* \times \omega^{*۲}} \times P.S.A$$

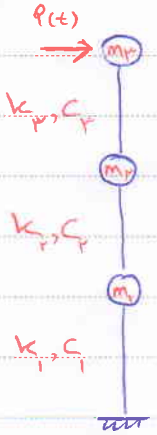
$$u_٤ = \frac{۱ \times ۰٫۸٤۹}{۰٫۷۰٤ \times (۸٫۷۵)^۲} \times ۰٫۳ \times ۹٫۸۱ = ۰٫۰٤۶$$

تمرین: مسأله قبل را برای حالتی که تابع مود شکل خطی باشد ($\varphi_{(x)} = \frac{x}{h}$) حل کنید. و به کمک روابط موجود مقادیر برش پایه و نیروی برشی طبقات و همچنین تغییر مکان نسبی طبقه‌ی سوم را بدست آورید. P.S.A = ۰,۳۵g

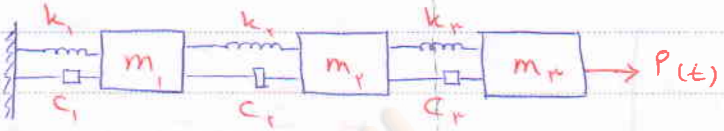
استاد حل نکرده

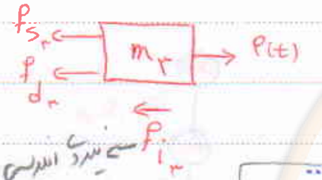
جزوه ما

روش آنالیز چند درجه آزادی


P(t)
m_3
k_3, c_3
m_2
k_2, c_2
m_1
k_1, c_1

مقطع می‌زنیم

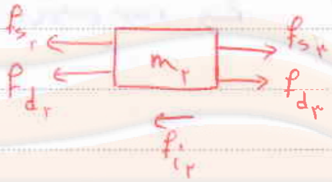

k_1
m_1
c_1
k_2
m_2
c_2
k_3
m_3
c_3
P(t)


f_{s_3}
f_{d_3}
m_3
P(t)
f_{i_3}

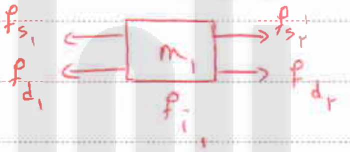
نیروی اینرسی = جرم × شتاب

$$f_i + f_s + f_d - P(t) = 0$$

$$\boxed{m\ddot{u}_3} + k(u_3 - u_2) + \boxed{c(\dot{u}_3 - \dot{u}_2)} = P(t)$$


f_{s_2}
f_{d_2}
m_2
f_{s_3}
f_{d_3}
f_{i_2}

$$\boxed{m_2\ddot{u}_2} + k_2(u_2 - u_1) + \boxed{c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1)}$$
$$- k_3(u_3 - u_2) - \boxed{c_3(\dot{u}_3 - \dot{u}_2)} = 0$$


f_{s_1}
f_{d_1}
m_1
f_{s_2}
f_{d_2}
f_{i_1}

$$\boxed{m_1\ddot{u}_1} + k_1(u_1 - 0) + \boxed{c_1(\dot{u}_1 - 0)}$$
$$- k_2(u_2 - u_1) - \boxed{c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1)} = 0$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = 0$$

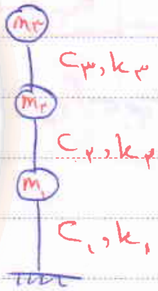
معادله تعادل دینامیکی

$$\{\ddot{u}\} = \begin{Bmatrix}\ddot{u}_3\\ \ddot{u}_2\\ \ddot{u}_1\end{Bmatrix} \qquad \{\dot{u}\} = \begin{Bmatrix}\dot{u}_3\\ \dot{u}_2\\ \dot{u}_1\end{Bmatrix} \qquad u = \begin{Bmatrix}u_3\\ u_2\\ u_1\end{Bmatrix}$$

$$[m] = \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0\\ 0 & m_2 & 0\\ 0 & 0 & m_1\end{bmatrix}_{3\times 3}$$

ماتریس جرم $n\times n$ ، n تعداد درجات آزادی

$$[c] = \begin{array}{c|ccc} & 3 & 2 & 1\\ \hline 3 & c_3 & -c_3 & 0\\ 2 & -c_3 & c_2+c_3 & -c_2\\ 1 & 0 & -c_2 & c_2+c_1\end{array}_{3\times 3} \quad \cancel{\begin{Bmatrix}\dot{u}_3\\ \dot{u}_2\\ \dot{u}_1\end{Bmatrix}}$$



$$[k] = \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & \\ \hline k_3 & -k_3 & 0 & 3\\ -k_3 & k_2+k_3 & -k_2 & 2\\ 0 & -k_2 & k_1+k_2 & 1\end{array}$$

با استفاده از این ۳ ماتریس روبرو ← را می‌نویسیم

معادله تعادل دینامیکی برای سازه چند درجه آزادی برای حالت بدون میرایی و بار زلزله :

$$m\ddot{u} + \cancel{c\dot{u}}^{\,0} + ku = 0$$

$$[m]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = 0$$

$$\ddot{u} = -\omega^2 \times u \qquad P.S.A = \omega^2\, S.d$$

$$-\omega^2[m]\{u\} + [k]\{u\} = 0 \longrightarrow ([k] - \omega^2[m])\{u\} = 0$$

← معادله تعادل مشخصه دینامیکی سازه

PAPCO

جزوه بما

معادله مشخصه :

معادله ای است که فرکانس های ارتعاش آزاد مختلف سازه چند درجه آزاد از آن مشخص می شود.

همچنین مود شکل ها مستقیماً (φ_i) از این معادله بدست می آیند. جهت محاسبه فرکانس های ارتعاش آزاد سازه، نامعلومات = دترمینان ضرایب را مساوی صفر قرار دهیم.

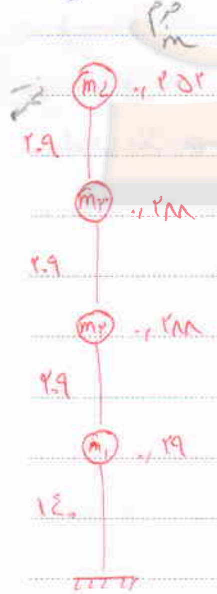
$$\det([k]-\omega^2[m])=0$$

می شه ω تا ω_n

n ← تعداد درجات آزاد

مثال 3: سازه ی ٤ درجه آزاد نشان داده در شکل زیر را به روش چند درجه آزاد (ماتریسی) حل کنید.

C: میرایی ندارد



$$[m]\{\ddot{u}\}+[k]\{u\}=0$$

$$[m]=\begin{array}{c|cccc} & ٤ & ٣ & ٢ & ١ \\ \hline ٤ & ۰٫۲۵۲ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ٣ & ۰ & ۰٫۲۸۸ & ۰ & ۰ \\ ٢ & ۰ & ۰ & ۰٫۲۸۸ & ۰ \\ ١ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰٫۲۹ \end{array}$$

$$[k]=\begin{array}{c|cccc} & ٤ & ٣ & ٢ & ١ \\ \hline ٤ & ۲۰۹ & -۲۰۹ & ۰ & ۰ \\ ٣ & -۲۰۹ & ٤۱۸ & -۲۰۹ & ۰ \\ ٢ & ۰ & -۲۰۹ & ٤۱۸ & -۲۰۹ \\ ١ & ۰ & ۰ & -۲۰۹ & ۳٤۹ \end{array}$$

$$([k]-\omega^2[m]) = \begin{bmatrix} ۲۰۹-\omega^2\times ۰٫۲۵۲ & -۲۰۹ & ۰ & ۰ \\ -۲۰۹ & ۴۱۸-\omega^2\times ۰٫۲۸۸ & -۲۰۹ & ۰ \\ ۰ & -۲۰۹ & ۴۱۸-\omega^2\times ۰٫۲۸۸ & -۲۰۹ \\ ۰ & ۰ & -۲۰۹ & ۳۴۹-\omega^2\times ۰٫۱۹ \end{bmatrix}$$

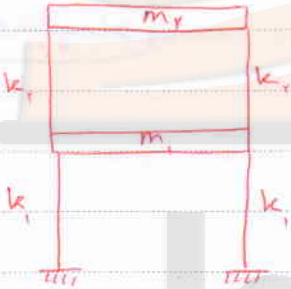
$$\det([k]-\omega^2[m]) = ۰ \rightsquigarrow \omega_1 = ۸٫۴۴ \longrightarrow T_1 = ۰٫۷۴$$

$$\omega_2 = ۲۵٫۷۷ \longrightarrow T_2 = ۰٫۲۴$$

$$\omega_3 = ۴۰٫۳۹ \longrightarrow T_3 = ۰٫۱۵$$

$$\omega_4 = ۵۰٫۸ \longrightarrow T_4 = ۰٫۱۲$$

مثال: مطلوب است تعیین مودشکل‌های سیستم سازه‌ای فوق، همچنین فرکانس‌ها ارتعاش آزاد.



$k_1 = k_2 = ۲۰۰$

$m_1 = m_2 = ۵$

تمرین کلاسی ـ استاد حل کرده

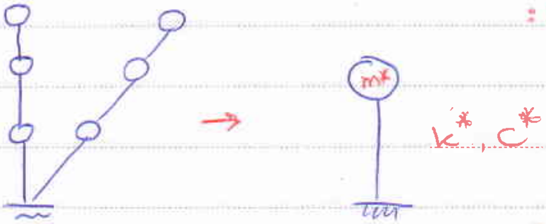
جزوه بابا

Subject
Date

جزوه با ما

PAPCO

رابطه تعامد مودها در سیستم‌های چند درجه آزادی:



$u(x,t) = \varphi(x) \cdot y(t)$

$\{u\} = [\varphi] \cdot \{y\}$ $\qquad$ $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P(t)$ معادله تعادل دینامیکی

$[m][\varphi]\{\ddot{y}\} + [c][\varphi]\{\dot{y}\} + [k][\varphi]\{y\} = \{P\}$ معادله تعادل دینامیکی برای سیستم چند درجه آزادی

$([k] - \omega^2[m])\{u\} = 0$

$([k][\varphi] - \omega^2[m][\varphi])\{y\} = 0 \xrightarrow{\text{معادله مشخصه}} [k][\varphi] - \omega^2[m][\varphi] = 0$

معادله مشخصه برای مود n: $[k]\{\varphi_n\} - \omega_n^2[m]\{\varphi_n\} = 0$ ①

معادله مشخصه برای مود m: $[k]\{\varphi_m\} - \omega_m^2[m]\{\varphi_m\} = 0$ ②

① $\xrightarrow{\{\varphi_m\}^T}$ $\{\varphi_m\}^T[k]\{\varphi_n\} - \{\varphi_m\}^T \times \omega_n^2[m]\{\varphi_n\} = 0$ (T → Transpos)

$\rightarrow \{\varphi_m\}[k]\{\varphi_n\}^T - \{\varphi_m\}\omega_n^2[m]\{\varphi_n\}^T = 0$ Ⅰ

② $\xrightarrow{\{\varphi_n\}^T}$ $\{\varphi_n\}^T[k]\{\varphi_m\} - \{\varphi_n\}^T\omega_m^2[m]\{\varphi_m\} = 0$ Ⅱ

جزوه ما

$$(I - II) \rightarrow \underbrace{(\omega_n^{۲} - \omega_m^{۲})}_{\neq ۰}\, \underline{\{\varphi_n\}^T [m] \{\varphi_m\}} = ۰ \xrightarrow[\text{مشابه}]{\text{بطریق}} \{\varphi_n\}^T [k] \{\varphi_m\} = ۰$$

$$\{\varphi_n\}^T [c] \{\varphi_m\} = ۰$$

$$\varphi_n = \begin{Bmatrix} a_۱ \\ b_۱ \\ c_۱ \end{Bmatrix} \qquad \varphi_m = \begin{Bmatrix} a_۲ \\ b_۲ \\ c_۲ \end{Bmatrix}$$

مودهای ارتعاشی سیستم‌های چند درجه آزادی از نظر ریاضی دارای خاصیت تعامد نسبت به ماتریس جرم میرایی

و سختی هستند

ادامه حل شکل ص ۴۱ : حالا مرتبه ها را برعکس می‌نویسیم .

$\omega_۱$ را جایگذاری می‌کنیم

$$([k] - \omega^{۲}[m])\{u\} = ۰$$

$$\begin{bmatrix} \overset{۱۹۱}{\cancel{۲۰۹ - ۸٫۴۴^{۲} \times ۰٫۱۵۲}} & -۲۰۹ & ۰ & ۰ \\ -۲۰۹ & \overset{۳۹۷}{\cancel{۴۱۸ - ۸٫۴۴^{۲} \times ۰٫۲۸۸}} & -۲۰۹ & ۰ \\ ۰ & -۲۰۹ & \overset{۳۹۷}{\cancel{۴۱۸ - ۸٫۴۴^{۲} \times ۰٫۲۸۸}} & -۲۰۹ \\ ۰ & ۰ & -۲۰۹ & \overset{۳۲۸}{\cancel{۳۲۹ - ۸٫۴۴^{۲} \times ۰٫۲۹}} \end{bmatrix}$$

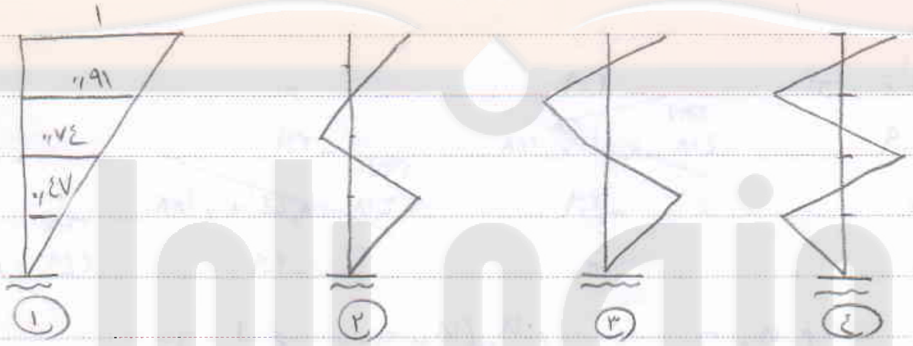
$$\times \begin{Bmatrix} \varphi_۴ \\ \varphi_۳ \\ \varphi_۲ \\ \varphi_۱ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_۴ \\ u_۳ \\ u_۲ \\ u_۱ \end{Bmatrix} \xrightarrow{\div u_۴} \begin{Bmatrix} u_۴/u_۴ \\ u_۳/u_۴ \\ u_۲/u_۴ \\ u_۱/u_۴ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} ۱ \\ \varphi_۳ \\ \varphi_۲ \\ \varphi_۱ \end{Bmatrix}$$

$\varphi_۴ \rightarrow ۱$

$$\left.\begin{array}{l} ۱۹۱ \times ۱ - ۲۰۹ \times \varphi_۳ = ۰ \rightarrow \varphi_۳ = ۰٫۹۱ \\ -۲۰۹ \times ۱ + ۳۹۷ \times \varphi_۳ - ۲۰۹ \times \varphi_۲ = ۰ \rightarrow \varphi_۲ = ۰٫۷۴ \\ -۲۰۹ \times \varphi_۳ + ۳۹۷ \times \varphi_۲ - ۲۰۹ \times \varphi_۱ = ۰ \rightarrow \varphi_۱ = ۰٫۴۷ \end{array}\right\} \rightarrow \{\varphi_۱\} = \begin{Bmatrix} ۱ \\ ۰٫۹۱ \\ ۰٫۷۴ \\ ۰٫۴۷ \end{Bmatrix}$$

به همین ترتیب $\varphi_۲$ ، $\varphi_۳$ ، $\varphi_۴$ بدست خواهند

$$\varphi = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۰٫۹۱ & ۰٫۲ & -۱٫۰۷ & -۱٫۷۸ \\ ۰٫۷۴ & -۰٫۷۸ & -۰٫۷۵ & ۱٫۷۵ \\ ۰٫۴۷ & ۲ & ۱٫۲۴ & -۰٫۹۲ \end{bmatrix}$$



$$\varphi_۱ = \begin{Bmatrix} ۱ \\ ۰٫۹۱ \\ ۰٫۷۴ \\ ۰٫۴۷ \end{Bmatrix} \qquad \varphi_۴ = \begin{Bmatrix} ۱ \\ -۱٫۷۸ \\ ۱٫۷۵ \\ -۰٫۹۲ \end{Bmatrix}$$

$$\{\varphi_۱\}^T \times [m] \{\varphi_۲\} = [۱ \quad ۰٫۹۱ \quad ۰٫۷۴ \quad ۰٫۴۷] \; [m]_{۴\times۴} \times \begin{Bmatrix} ۱ \\ -۱٫۷۸ \\ ۱٫۷۵ \\ -۰٫۹۲ \end{Bmatrix}_{۴\times۱} = ۰$$

روش های تحلیل دینامیکی

روش مستقیم $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P(t)$

روش دینامیکی معادل ← آنالیز مودال (طیفی)

روش استاتیکی معادل ← روش آیین نامه

روش دینامیکی معادل:

$$[m]\{\varphi_n\}\{\ddot{y}(t)\} + [c]\{\varphi_n\}\{\dot{y}(t)\} + [k]\{\varphi_n\}\{y(t)\} = \{P(t)\}$$

$$\times\{\varphi_n\}^T \rightarrow \underbrace{\{\varphi_n\}^T[m]\{\varphi_n\}}_{m^*}\{\ddot{y}(t)\} + \underbrace{\{\varphi_n\}^T[c]\{\varphi_n\}}_{c^*}\{\dot{y}(t)\} + \underbrace{\{\varphi_n\}^T[k]\{\varphi_n\}}_{k^*}\{y(t)\} = \underbrace{\{\varphi_n\}^T\{P(t)\}}_{P^*}$$

$$m_n^*\ddot{y}(t) + c_n^*\dot{y}(t) + k_n^*y(t) = P_n^*(t)$$

با این روش معادله ضمن معمولی اولیه را به n معادله مستقل تبدیل کردیم. این معادله را ابتدا تک تک مدها می نویسیم تا تغییر مکان، نیرو و برش پایه را ابتدا هر مد از آنها بدست آوریم.

$$u(x,t) = \frac{\varphi \times L}{m^* \times \omega^*} \times P.S.V \qquad L = \Sigma\varphi_i m_i$$

$$\{u_n\} = \frac{\varphi_n \times L_n}{m_n^* \times \omega_n} \times \overset{P.S.V}{V_n(t)}$$

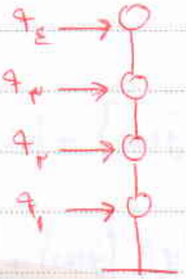
$$m_n^* = [\varphi_n]^T[m][\varphi_n] \qquad L_n = [1]^T[m][\varphi_n]$$

که اثر Σ را دارد.

$$\{q_n(t)\} = [m]\{\ddot{u}_n\} = [m] \times \omega_n^{2}\{u_n\}$$

$$\{q_n(t)\} = [m] \times \omega_n^{2} \times \frac{[\varphi_n] \times L_n}{m_n^* \times \omega_n} \times \bar{V}_n(t)$$ $P.S.A = \omega^{2} \times S_d$

$$\{q_n(t)\} = \frac{[m] \times \omega_n \times [\varphi_n] \times L_n}{m_n^*} \times \bar{V}_n(t)$$ نیروی وارد بر هر طبقه در مود nام



برش $Q_n(t) = [1]^T \times \{q_n(t)\}$

$Q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$

$$Q_n(t) = \frac{[1]^T [m][\varphi_n] \times L_n \times \omega_n}{m_n^*} \times \bar{V}_n(t)$$

برش پایه

$$Q_n(t) = \frac{L_n^{2}}{m_n^*} \times \omega_n \times P.S.\bar{V} = \frac{L_n^{2}}{m_n^*} \times P.S.A$$

توزیع برش بین طبقات $$\{q_n(t)\} = \frac{[m][\varphi_n]\ Q_n(t)}{L_n}$$

مثال: مقدار $\{u\}$ مود اول را برای شکل قبل بیابید.

$$\{u_n\} = \frac{\varphi_n L_n}{m_n^* \times \omega_n} \times P.S.\bar{V}$$ اگر سوال $P.S.\bar{V}$ را نداد ۲ فرض کنیم.

$$\{u_1\} = \frac{\varphi_1 \times L_1}{m_1^* \times \omega_1} \times P.S.\bar{V}$$

$$\varphi_1 = \begin{Bmatrix} ۱ \\ ۰٫۹۷ \\ ۰٫۷۴ \\ ۰٫۴۷ \end{Bmatrix} \qquad \omega_1 = ۸٫۴۴$$

Subject
Date

$$m^{*} = [\,۱ \quad ۰٫۹۱ \quad ۰٫۷۴ \quad ۰٫۴۷\,] \begin{bmatrix} ۰٫۲۵۲ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰٫۲۸۸ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰٫۲۸۸ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰٫۲۹ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ۱ \\ ۰٫۹۱ \\ ۰٫۷۴ \\ ۰٫۴۷ \end{Bmatrix}$$

$$= ۰٫۷۴ = \{\varphi_1\}^T [m] \{\varphi_1\}$$

$$L_1 = [\,۱ \quad ۱ \quad ۱ \quad ۱\,] \begin{bmatrix} ۰٫۲۵۲ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰٫۲۸۸ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰٫۲۸۸ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰٫۲۹ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ۱ \\ ۰٫۹۱ \\ ۰٫۷۴ \\ ۰٫۴۷ \end{Bmatrix} = ۰٫۸۶۳$$

$$= [1]^T [m] \{\varphi_1\}$$

تمرین : α_2 ، Q_1 , $\{\varphi_1\}$ را در مثال قبل بدست آورید.

استاد حل کرده

جزوه باما

Subject

Date

جزوه با ما

PaPCO

جرم موثر مودی :

$$m_{en} = \frac{L_n^2}{m_n^*}$$

m_{en} نشان می‌دهد چه بخشی از جرم سازه در هر مود موثر است. درصورتیکه جرم موثر مود اول بیش از ۹۵ درصد جرم کل سازه باشد. می‌تواند روش معادل یک درجه آزادی استفاده نمود.

$$\omega^* = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} \frown \omega_1$$

ترکیب مودها :

① مجموع قدر مطلق مقادیر (S.A.V)

$$r = \sum_{i=1}^{n} |r_i|$$

تعداد مودها

② جذر مجموع مربعات (SRSS)

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} r_i^2}$$

③ اثر تعاملی مودها رو همدیگر (CQC)

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} r_i \cdot \rho_{ij} \cdot r_j}$$

λ : ضریب میرایی

$\frac{\omega_j}{\omega_i}$

$\rightarrow$ ρ_{ij} از جدول بدست می‌آید

جزوه با ما

Subject:
Date

« آیین نامه »

ترتیب بارگذاری آیین نامه ها :

D + ۱٫۲ L ± ۱٫۲ E_x

D + ۱٫۲ L ± ۱٫۲ E_y

E_{px} : نیروی زلزله در جهت x با فرض خروج از مرکزیت اتفاقی مثبت

D + ۱٫۲ L ± ۱٫۲ E_{px}

E_{nx} : نیروی زلزله در جهت x با فرض خروج از مرکزیت اتفاقی منفی

D + ۱٫۲ L ± ۱٫۲ E_{py}

D + ۱٫۲ L ± ۱٫۲ E_{nx}

D + ۱٫۲ L ± ۱٫۲ E_{ny}

D + ۱٫۲ L + ۱٫۲ (± E_x ± ۰٫۳ E_y)

D + ۱٫۲ L + ۱٫۲ (± E_{px} ± ۰٫۳ E_y)

D + ۱٫۲ L + ۱٫۲ (± E_{nx} ± ۰٫۳ E_y)

D + ۱٫۲ L + ۱٫۲ (± E_y ± ۰٫۳ E_x)

D + ۱٫۲ L + ۱٫۲ (± E_{py} ± ۰٫۳ E_x)

D + ۱٫۲ L + ۱٫۲ (± E_{ny} ± ۰٫۳ E_x)

جزوه باما

Subject
Date

نیروی جانبی ناشی از زلزله (آیین‌نامه 2800)

- استاتیکی معادل

- دینامیکی (تحلیل طیفی ، تاریخچه زمانی)

روش تحلیل استاتیکی معادل را تنها در موارد زیر می‌توان به کار برد :

الف) ساختمان‌ها منظم با ارتفاع کمتر از ۵۰ متر از تراز پایه

ب) ساختمان‌ها نامنظم تا ۵ طبقه و یا با ارتفاع کمتر از ۱۸ متر از تراز پایه

پ) ساختمان‌هایی که در آنها سختی جانبی قسمت فوقانی به طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از سختی جانبی قسمت تحتانی است به شرط آنکه :

۱- هریک از دو قسمت سازه به تنهایی منظم باشد .

۲- سختی متوسط طبقات تحتانی حداقل ۱۰ برابر سختی متوسط طبقات فوقانی باشند

۳- زمان تناوب اصلی تمام سازه بیشتر از ۱.۱ برابر زمان تناوب اصلی قسمت فوقانی با فرض اینکه این قسمت جدا در نظر گرفته شده و پای آن گیردار فرض شود نباشد .

PaPCO

مثال: آیا برای سازه‌ای با مشخصات زیر می‌توان از روش استاتیکی معادل استفاده نمود؟

مادر ارتفاع قسمت پایین سازه (سخت) ۱۵ متر باشد. ارتفاع قسمت بالایی سازه (سخت)

۵۵ متر، سختی متوسط طبقات تحتانی ۱۲ برابر سختی متوسط طبقات فوقانی است.

زمان تناوب اصلی برای کل سازه ۱٫۴ ثانیه، زمان تناوب اصلی برای قسمت فوقانی سازه با

فرض گیردار بودن پایه سازه‌ی فوقانی به طور جدا ۱٫۳ ثانیه می‌باشد.

استاد حل نکرده

جزوه باما

روش تحلیل استاتیکی معادل :

$V_u = C \cdot W$ ← نیروی برشی پایه

C ← ضریب زلزله

W → جرم سازه

← کل بار مرده به اضافه درصدی از بار زنده

$C = \frac{ABI}{R_u}$ (۵)

A : شتاب مبنای طرح (شتاب زمین نسبت به شتاب ثقل)

B : ضریب بازتاب ساختمان

I : ضریب اهمیت سازه

R_u : ضریب رفتار سازه

برش پایه حداقل $V_{min} = ۰٫۱۲\ AIW$

ضریب بازتاب ساختمان (B) : صفحه ۱۴ استاندارد ۱۷

$B = B_1 \times N$

N ← ضریب اصلاح طیف

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\omega = \frac{۲\pi}{T}$

$0 \leqslant T \leqslant T_0$ $B_1 = S_0 + (S - S_0 + ۱)(T / T_0)$

زمان تناوب اصلی سازه (T) :

الف) برای سیستم قاب خمشی

قاب‌های فولادی : $T = ۰٫۰۸\ H^{\frac{۳}{۴}}$

قاب‌های بتنی : $T = ۰٫۰۵\ H^{A}$

چنانچه در قاب‌ها میانقاب‌ها مانعی برای حرکت ایجاد کنند مقدار T برابر ۰٫۸ مقادیر فوق در نظر گرفته می‌شود.

Subject

Date

ب) برای ساختمان‌ها با سایر سیستم‌ها در تمام موارد وجود یا عدم وجود جداگرها میانقابی (با دیوار بنایی)

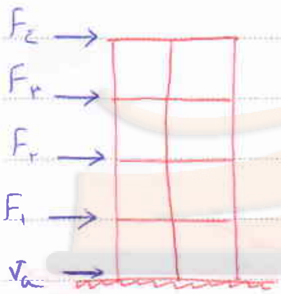
$$T = 0.05 H^{\frac{3}{4}}$$

$$K = \frac{12 EI}{\gamma^3}$$

ضریب اهمیت ساختمان (I) : جدول ص ۳۳ آیین‌نامه

ضریب رفتار ساختمان (R_u) : " ص ۳۴ " "

توزیع نیروی جانبی زلزله در ارتفاع ساختمان : ص ۳۸ ، ۳۹ آیین‌نامه



$$V_u = \frac{ABI}{R_u} \times W$$

$$F_i = V_u \frac{w_i h_i^k}{\sum_{j=1}^{n} w_j h_j^k}$$

F_i : نیروی جانبی در تراز طبقه i

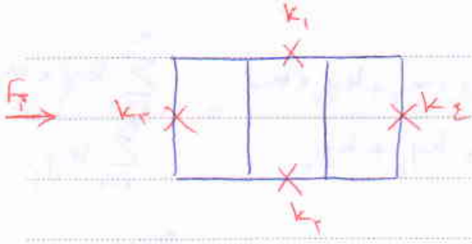
w_i : وزن طبقه i شامل وزن سقف و قسمتی از سربار، و نصف وزن دیوارها و ستون‌هایی که بالا و پایین سقف قرار گرفته‌اند.

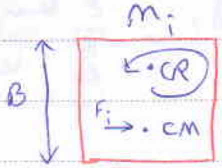
h_i : ارتفاع تراز i ، ارتفاع سقف طبقه i از تراز پایه

n : تعداد طبقات

k : ضریبی است که با توجه به زمان تناوب نوسان اصلی سازه از رابطه $0.5 < T < 2.5$ $K = 0.5T + 0.75$ بدست می‌آید

توزیع نیروی جانبی زلزله در پلان ساختمان :





لنگر پیچشی

$$M_i = \sum_{j=1}^{n} (e_{ij} + e_{aj}) F_j$$

e_{ij} : برون مرکزی نیروهای جانبی طبقه j نسبت به مرکز سختی طبقه i (فاصله افقی مرکز جرم طبقه j و مرکز سختی طبقه i)

e_{aj} : برون مرکزی اتفاقی طبقه j (۵٪ بعد ساختمان در امتداد عمود بر نیروی جانبی)

$$0/05 \times B = e_{aj}$$

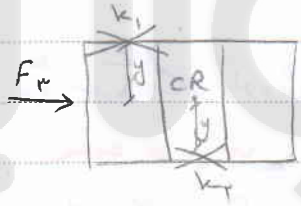
$$P_{i\cancel{x}}^{2} = \frac{k_{2x}}{\sum k_x} \times V_{2x} \pm \frac{k_{2x} \times y}{\sum k_x y^2 + \sum k_y x^2} \times M_i$$

فاصله محل قرارگیری سیستم باربر ۲ تا مرکز سختی

نیروی وارد بر سیستم باربر جانبی ۲ در طبقه i

لنگر پیچشی طبقه i ام

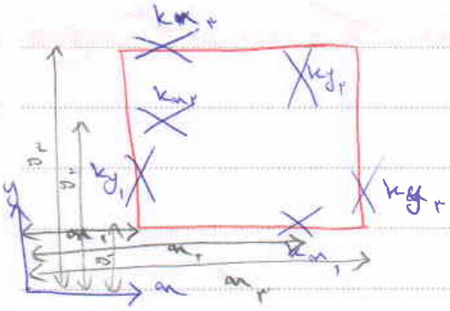
$$V_{2x} = \sum_{i=1}^{n} F_i$$



$$P_{31} = \frac{k_{1x}}{\underset{\downarrow\ k_1+k_2}{\sum k_x}} \times (F_3 + F_4) \pm \frac{k_1 \times y_1}{k_1 y_1^2 + k_2 y_2^2 + k_3 x_3^2}$$

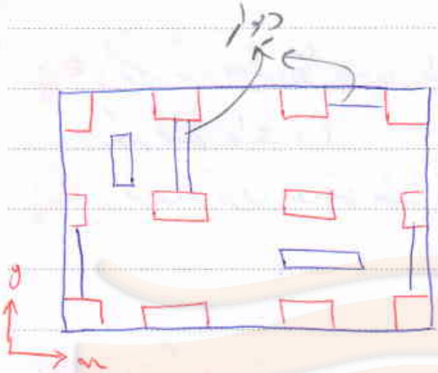
i ↙ ۲ ↙

نحوه‌ی تعیین مرکز سختی :



$$CR_x = \frac{k_{y_1} \times x_1 + k_{y_2} \times x_2 + k_{y_3} \times x_3}{k_{y_1} + k_{y_2} + k_{y_3}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_{y_i} \times x_i}{\sum_{i=1}^{n} k_{y_i}}$$

$$CR_y = \frac{k_{x_1} y_1 + k_{x_2} y_2 + k_{x_3} y_3}{k_{x_1} + k_{x_2} + k_{x_3}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_{x_i} y_i}{\sum_{i=1}^{n} k_{x_i}}$$



نحوه‌ی تعیین مرکز جرم :

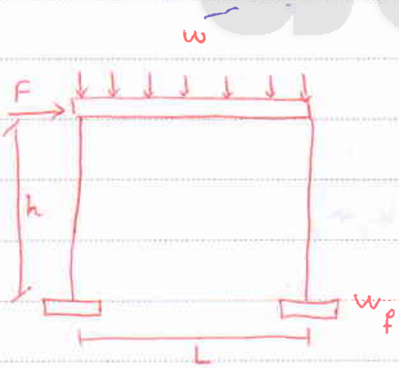
$$C_{m_x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$C_{m_y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

محاسبه در برابر واژگونی :

$$F.S = \frac{\text{لنگر نیروهای مقاوم}}{\text{لنگر نیروهای محرک}} \geq ۱٫۷۵$$

مثال ۵: ضریب اطمینان در برابر واژگونی برای سازه‌ی شکل داده شده را محاسبه نمایید.



$W = ۵ \ t/m$

$F = ۰٫۱۵ \ WL$

$L = ۴ \ m$

$h = ۳٫۵ \ m$

$W_f = ۳۰ \ ton$

$$S.F = \frac{WL(\frac{L}{۲}) + W_f \times L}{F.h} = \frac{۵\times۴\times(\frac{۴}{۲})+۳\times۴}{۰/۱۵\times۵\times۴\times۳/۵} = ۲/۹ > ۱/۷۵ \quad ok ✓$$

در ساختمان چند طبقه $$S.F = \frac{W \times ۰/۵B}{\sum_{i=1}^{n} F_i \times h_i}$$

مثال: ◆ یک ساختمان مسکونی ۴ طبقه در شهر تهران (۱) با پلان به شکل زیر مفروض است.

ساختمان (۱) در جهت x دارای سیستم باربر جانبی قاب مفصلی ساده با مهاربندی هم محور فولادی و در جهت y مجهز به قاب خمشی فولادی ~~متوسط~~ معمولی است.

مرکز جرم طبقات منطبق بر مرکز هندسی پلان‌ها فرض می‌شود. زمین محل ساختمان سازه منطبق بر گروه ۳ زمین نوع ۲۸m است. و میانقاب‌ها مشارکتی در تحمل جانبی سازه ندارند. ارتفاع طبقه اول ۲/۵m و ارتفاع بقیه طبقات ۳m می‌باشد.

الف) نیروی افقی ناشی از زلزله را در هر یک از ۲ امتداد x و y محاسبه کنید. و در ارتفاع ساختمان توزیع نمایید.

ب) نیروی وارده به بادبند واقع در محور B در طبقه دوم را بر اثر نیروی زلزله محاسبه کنید.

جزوه با ما

طبقات $\begin{cases} W_D = 700 \ kg/m^2 \\ W_L = 200 \ kg/m^2 \end{cases}$

بام $\begin{cases} W_D = 500 \ kg/m^2 \\ W_L = 150 \ kg/m^2 \end{cases}$

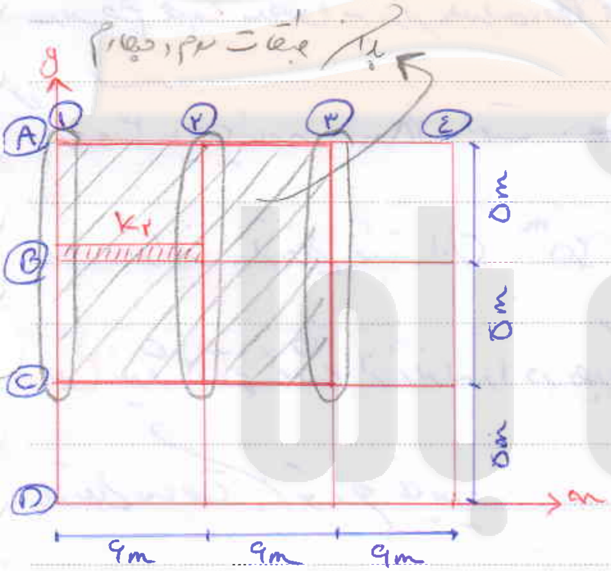
اشتباه/تن

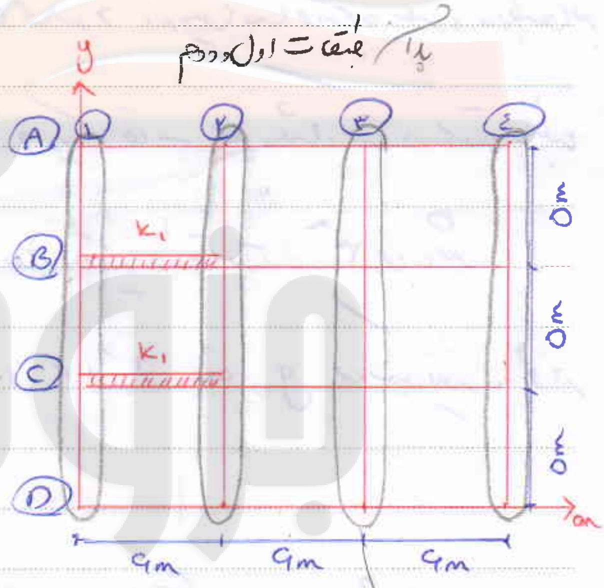
سختی بادبند در طبقات اول و دوم : $k_1 = 70 \ t/m$ → t/cm

سختی بادبند در طبقات سوم و چهارم : $k_2 = 40 \ t/m$ → t/cm

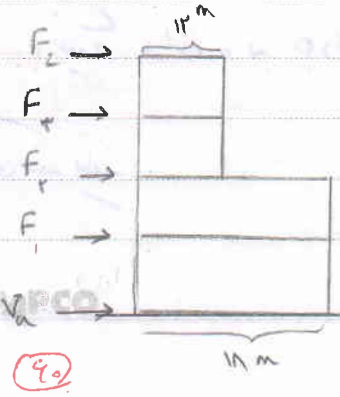
سختی پی قاب در امتداد y در طبقات اول و دوم = $40 \ t/m$ → t/cm

سختی پی قاب در امتداد y در طبقات سوم و چهارم = $30 \ t/m$ → t/cm


پلان طبقات سوم و چهارم
y
x
A
B
C
D
1
2
3
4
k_2
5m
5m
5m
9m
9m
9m


پلان طبقات اول و دوم
y
x
A
B
C
D
1
2
3
4
k_1
k_1
5m
5m
5m
9m
9m
9m

هنگامی که زلزله در جهت y وارد شود نیروی آن به این قاب‌ها اعمال خواهد شد.


12^m
F_4
F_3
F_2
F_1
V_u
18 m

الف) نیروی افقی وارد بر ساختمان در جهت x

ضریب بارزنده (ص ۱۲ آیین‌نامه) ویرایش ۳

طبقه $W_1 = 700 \times 9 \times 5 \times 6 + 0.2 \times 200 \times 9 \times 5 \times 6 = 199.8\ t$

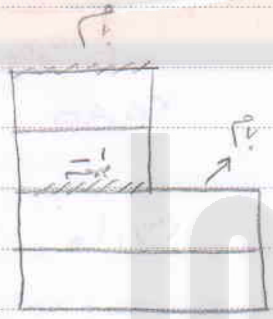
طبقه + بام $W_2 = 700 \times 4 \times 5 \times 6 + 0.2 \times 200 \times 4 \times 5 \times 6 + 500 \times 5 \times 5 \times 6$

$+ 0.2 \times 150 \times 5 \times 5 \times 6 = 168.3\ t$

طبقه $W_3 = 700 \times 4 \times 5 \times 6 + 0.2 \times 200 \times 4 \times 5 \times 6 = 88.8\ t$

طبقه + بام $W_4 = 500 \times 4 \times 5 \times 6 + 0.2 \times 150 \times 4 \times 5 \times 6 = 63.6\ t$

$W = 199.8 + 168.3 + 88.8 + 63.6 = 520.5\ t$



آیین‌نامه

1) E_x شتاب مبنای طرح (تهران) ارتفاع سازه از کف

ضریب بازتاب

ضریب اهمیت

$C = \dfrac{ABI}{R_u}$ ضریب رفتار ادامه $T = 0.05\,H^{\frac{3}{4}} = 0.05 \times 11.5^{\frac{3}{4}} = 0.312\ s$

زمان تناوب سازه (دوره تناوب)

$A = 0.35$ $S = 1.75$ $T_0 = 0.15$ $T_s = 0.7$

$H = 2.5 + 3 \times 3 = 11.5\ m$

Subject

Date

$T = ۰,۰۸ H^{\frac{۳}{۴}} = ۰,۰۸ \times ۱۱,۵^{\frac{۳}{۴}} = ۰,۴۹۹ \; s$

$S = ۱,۷۵ \qquad T_۰ = ۰,۱۵ \qquad T_s = ۰,۷$

صفحه ۱۷ آیین‌نامه

$۰ < T < T_s \longrightarrow B = ۱ + S = ۱ + ۱,۷۵ = ۲,۷۵$

$I = ۱ \qquad R = ۳,۵ \qquad T < T_s \longrightarrow N = ۱ \qquad \longrightarrow B = N \times B_۱ = ۲,۷۵$

$\Rightarrow C = \frac{۰,۳۵ \times ۲,۷۵ \times ۱}{۳,۵} = ۰,۲۷۵$

برش پایه

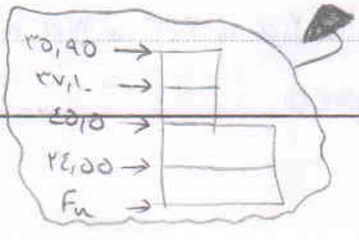
$V_u = C \cdot W = ۰,۲۷۵ \times ۵۲۰,۵ = ۱۴۳,۱۳$

$V_{min} = ۰,۱۲ \underset{۰,۳۵}{A} \underset{۱}{I} \underset{۵۲۰,۵}{W} = ۲۱,۸۶ \quad و \quad V_u = ۱۴۳,۱ \Longrightarrow V_u > V_{min} \Rightarrow V_u$ توزیع می‌شود.

آیین‌نامه ص ۳۹

(k معمولاً ۱ می‌باشد)

n	w_i	h_i	$w_i h_i$	$F_i = V_u \cdot \frac{w_i h_i^k}{\sum_{j=1}^{n} w_j h_j}$
۴	۶۳,۶	۱۱,۵	۷۳۱,۴	۳۵,۹۵
۳	۸۸,۸	۸,۵	۷۵۴,۸	۳۷,۱۰
۲	۱۶۸,۳	۵,۵	۹۲۵,۶۵	۴۵,۵
۱	۱۹۹,۸	۲,۵	۴۹۹,۵	۲۴,۵۵
	$\Sigma = ۵۲۰,۵$		$\Sigma = ۲۹۱۱,۳۵$	$\Sigma = ۱۴۳,۱$



ب) نیروی وارد بر دیوار محور B در طبقه دوم

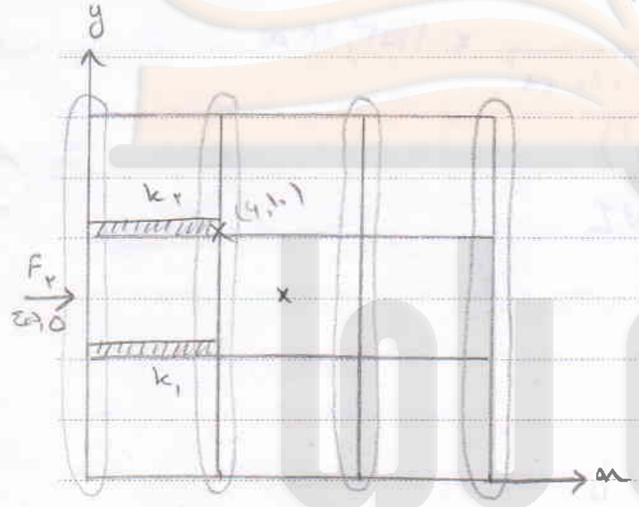
- محاسبه مرکز سختی طبقه دوم

ها تا مبدأ

$$\overline{X}_s = \frac{\sum_{i=1}^{k} ky_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{k} ky_i} = \frac{٤٠(٠+٦+١٢+١٨)}{٤\times ٤٠} = ٩$$

$$\overline{Y}_s = \frac{\sum_{i=1}^{k} kx_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{k} kx_i} = \frac{٧٠\times ٥ + ٧٠\times ١٠}{٢\times ٧٠} = ٧,٥$$

مرکز سختی طبقه دوم $S_٢ \begin{cases} ٩ \\ ٧,٥ \end{cases}$ مرکز جرم طبقه دوم $C_٢ \begin{cases} ٩ \\ ٧,٥ \end{cases}$



لنگر پیچشی طبقه iام $M_i = \sum_{j=i}^{n} (e_{ij} + e_{aj}) F_j$

$$M_٢ = (e_{٢٢} + e_{a٢}) F_٢ + (e_{٢٣} + e_{a٣}) F_٣ + (e_{٢٤} + e_{a٤}) F_٤$$

$$= [(١٧,٥ - ٧,٥) + ٠,٠٥ \times ١٥] \times ٤٥,١٥ + [(١٠ - ٧,٥) + ٠,٠٥ \times ١٠] \times ٣٧,١$$

$$+ [(١٠ - ٧,٥) + ٠,٠٥ \times ١٠] \times ٣٥,٨٢ = ٢٥٣,١٣ \quad t.m$$

PAPCO

فاصله مرکز جرم طبقه j ام تا مرکز سختی طبقه دوم

لنگر پیچشی طبقه دوم $$M_2 = \sum_{j=2}^{n} (e_{2j} + e_{aj}) F_j$$

↳ برون مرکزی تصادفی = ۰٫۰۵ × بعد عمود بر راستای زلزله در طبقه jام

* n در صفحه قبل بدست آمد.

فاصله سیستم باربر مورد نظر تا مرکز سختی طبقه

P_{i2} نیروی وارد بر سیستم باربر جانبی در هر طبقه $$= \frac{k_x}{\sum k_x} \times V_{2x} \pm \frac{k_x \cdot y}{\sum k_x \cdot y^2 + \sum k_y \cdot x^2} \times M_2$$

$$P_{B_2} = \frac{۷۰}{۷۰+۷۰} \times (٤٥٫٥ + ۳۷٫۱ + ۳٥٫۹۸)$$

$$+ \frac{۷۰ \times (۱۰ - ۷٫٥)}{۲\times۷۰\times۲٫٥^2 + ۲\times٤٥\times۲^2 + ۲\times٤٥\times۹^2} \times ۲٥۳٫۱۸٥$$

۲ تا [illegible] ← $۷۰\times(۱۰-۷٫٥)^2 + ۷۰\times(٥-۷٫٥)^2$

$$= ٦٤٫۷٤$$

جزوه با ما