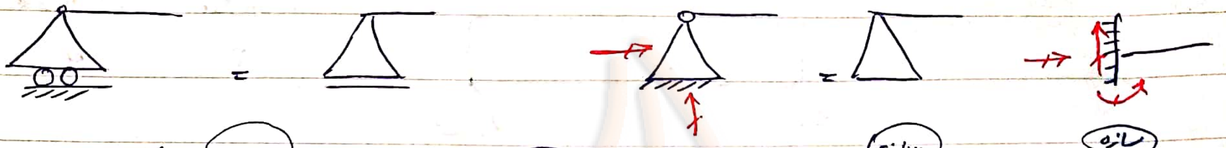
دانشجویان و اساتید توجه داشته باشید جزوه موجود به صورت اختصاصی توسط وب سایت جزوه باما تهیه شده است و تمامی حقوق مادی و معنوی آن برای این وب سایت محفوظ می باشد.

Jozvebama.ir

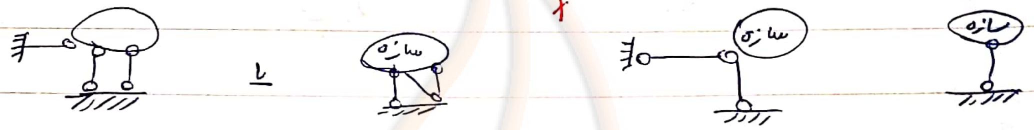
«تحلیل ۱»

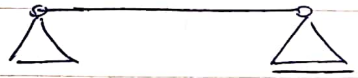
سازه: از چند المان تشکیل شده برای حمل نیرو که انواع و اقسامی دارد.

سازه های قاب - سازه های گنبدی



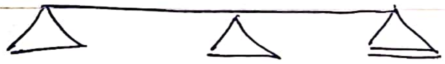
مکانیزم





پایدار و معین

پایدار است چون ۳ عکس العمل دارد.



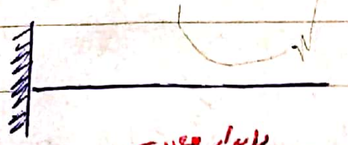
پایدار نیست چون $\sum F_x \neq 0$

ناپایدار است، زیرا ۳ عکس العمل از یک نقطه می گذرند.

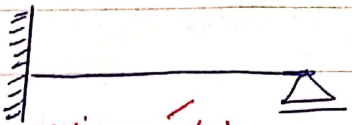
بنابراین برای پایداری سازه ۳ عکس العمل لازم است که تمام عکس العمل ها نه باهم موازی و نه همه متقاطع می باشند.

اگر روی سازه ای نیرویی نباشد همه ی سازه های هم پایدار هستند. معین هم هستند.

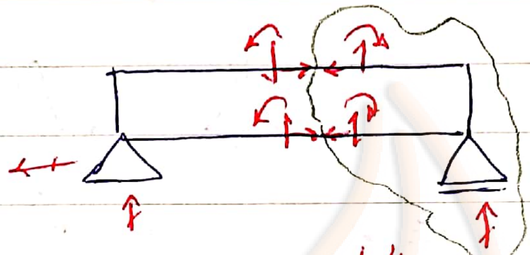
DATE / / SUBJECT:



پایدار معین



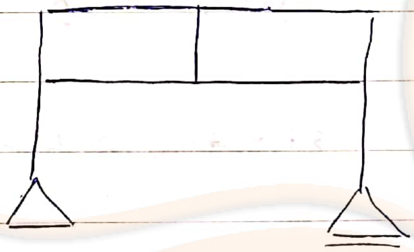
پایدار یک درجه نامعین



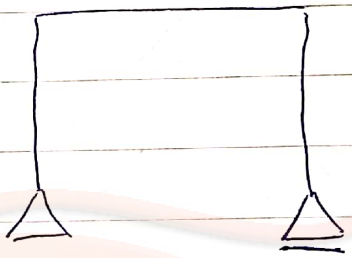
پایدار

مجهولات	معادلات
۶	۳

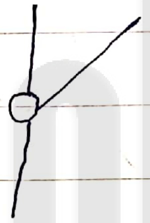
پس: هر مفصل بسته 3 درجه سازه را نامعین می کند.



پایدار و ۶ درجه نامعین

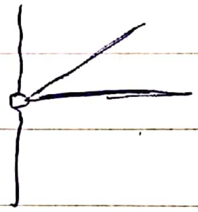


پایدار معین



مفصل کامل

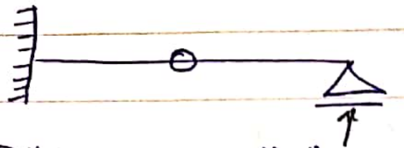
مفصل ناقص



اگر n تا عضو به مفصل آمده باشد، n-1 درجه نامعینی را کاهش میدهد.

n = تعداد اعضا متصل به مفصل کامل

DATE / / SUBJECT:



معین: تعداد مجهولات = تعداد معادلات تعادل

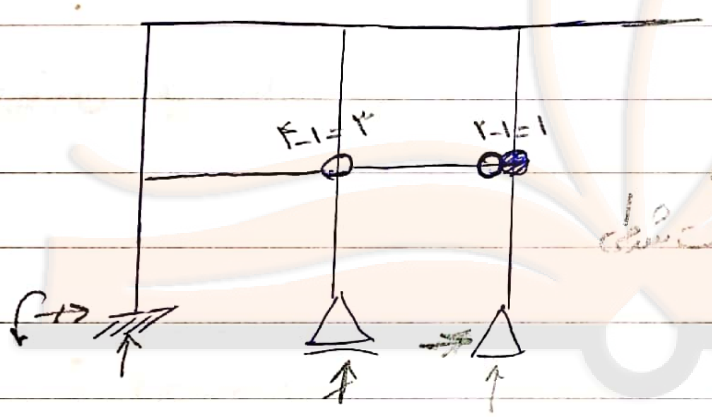
مجهولات	معادلات
۴ = R	تعادل ۳
	معادله شرطی ۱
۴	۴

پایدار و معین

نامعین: " > "

ناپایدار: " < "

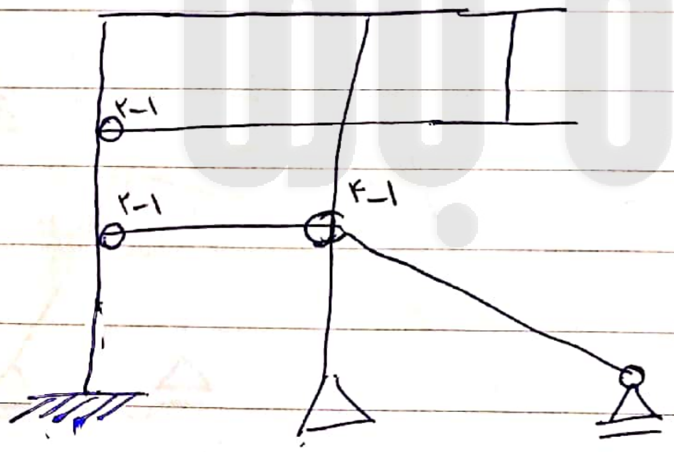
کوئیز جلسه ۱:



	مجهولات	معادلات
مدار بسته	۲×۳=۶	تعادل ۳
	۶ = R	معادلات شرطی ۴
	۱۲	۷

۱۲-۷=۵

ناپایدار ~~و~~ ۵ درجه نامعین
هندسی

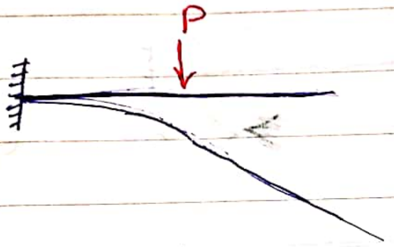


پایدار است

	مجهولات	معادلات
مدار بسته	۳×۳=۹	تعادل ۳
	۶ = R	شرطی ۵
	۱۵	۸

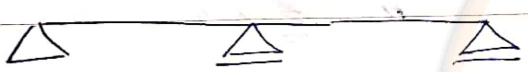
پایدار ۷ درجه نامعینی

سه مفصل در یک امتداد = سازه ناپایدار

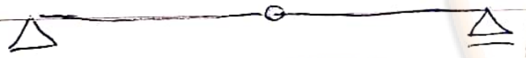


پایدار و معین

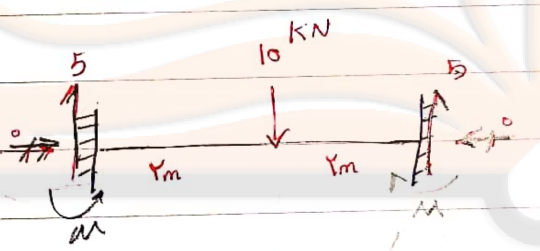
نکته: هر قسمتی از سازه ناپایدار شود کل سازه ناپایدار است.



این سه مفصل در یک امتداد نیست ⇐
پایدار یک درجه نامعین



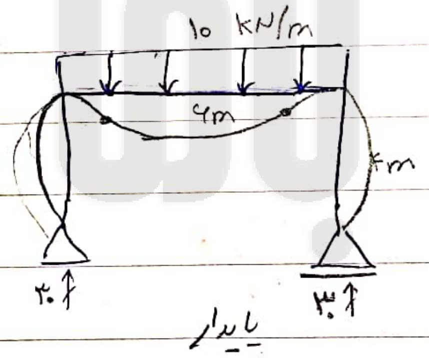
سه مفصل در یک راستا ⇐



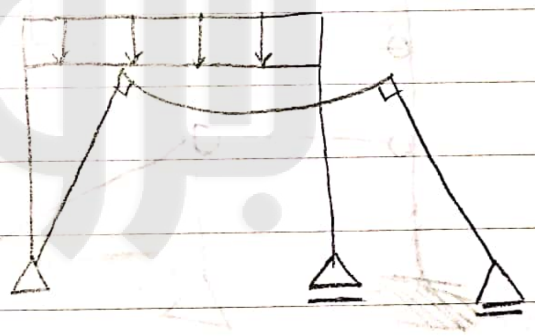
$\sum M = 0$

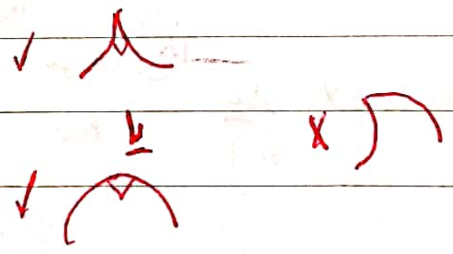
$M - 10\times 2 - M + 5\times 4 = 0$

یک درجه نامعین



پایدار



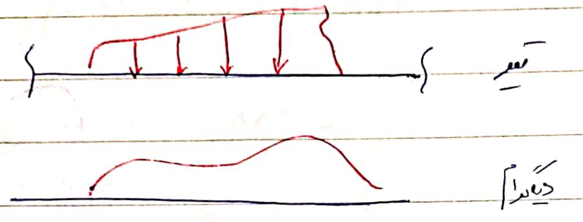


سازه پایدار یک درجه نامعین

DATE / / SUBJECT:

محاسبه‌ی جابه‌جایی ها:

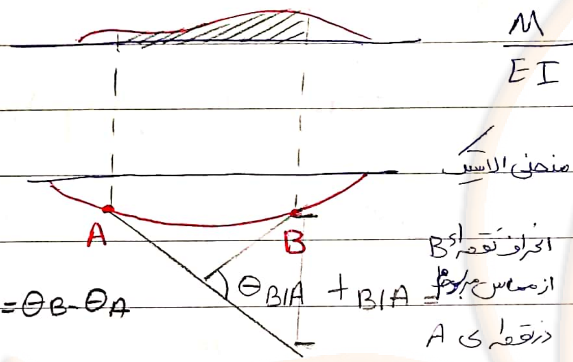
۱) روش ممان سطح



قضیه ۱) مساحت زیر منحنی الاستیک بین نقاط A و B در دیاگرام $\frac{M}{EI}$

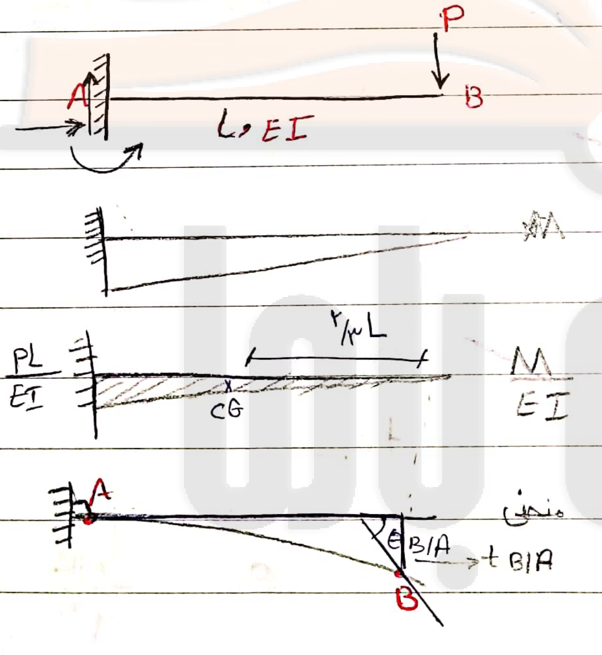
$\theta_{B/A} = \frac{M}{EI}$

قضیه ۲) $t_{B/A} = (\text{" " "}) \bar{x}$



$\theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A$

مثال ۵)



قرارداد: دیاگرام لنگر خمشی در سمتی رسم شود که تار های فشاری در آن سمت است.

$\theta_{B/A} = \theta_B - \overset{0}{\theta_A} = \frac{1}{2}\left(\frac{PL}{EI}\right)L$

$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$

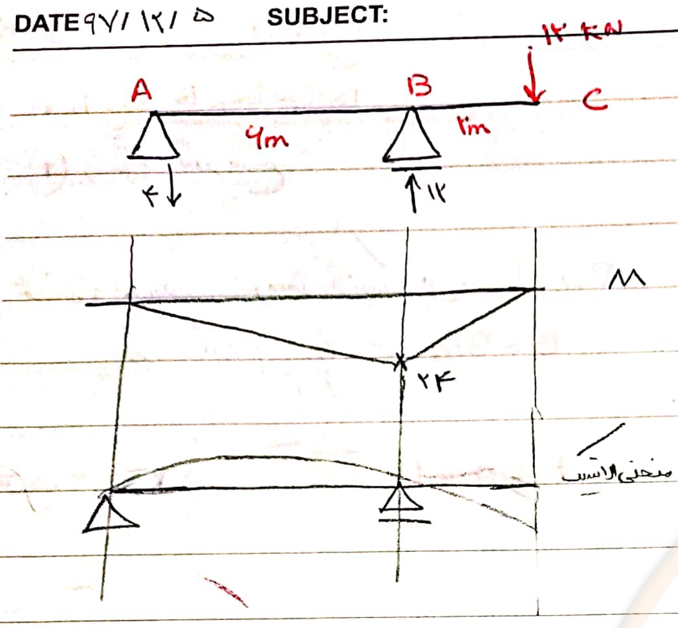
- فرق مفصل با گیردار در زاویه اش است ← در گیردار زاویه صفر است اگر دوران کرد مفصلی است.

$\Delta_B = t_{B/A} = \left[\frac{1}{2}\ \frac{PL}{EI}\ L\right] \times \frac{2}{3}L = \frac{PL^3}{3EI} \downarrow$

در این مسئله خاص

DATE ۹۷/۱۲/۵ SUBJECT:

مثال) افت C ، $\Delta C = ?$



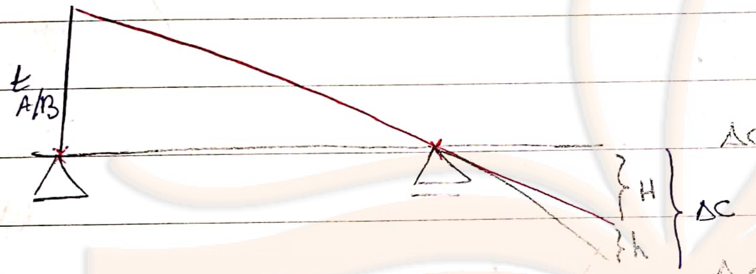
$$t_{A/B} = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{24}{EI}\right)(4)\right]\frac{2}{3}\times 4$$

$$= \frac{288}{EI}$$

$$\frac{\frac{288}{EI}}{4} = \frac{H}{2} \qquad H = \frac{96}{EI}$$

$$h = t_{C/B} = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{24}{EI}\right)1\right]\frac{2}{3}\times 1 \quad h$$

$$= \frac{32}{EI}$$

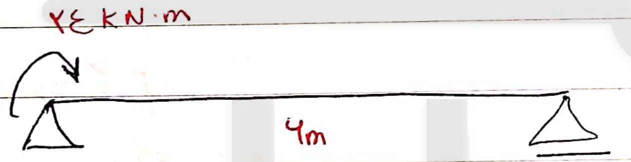


$$\Delta C = H + h = \frac{96}{EI} + \frac{32}{EI}$$

$$\Delta C = \frac{128}{EI} \downarrow$$

مثال)

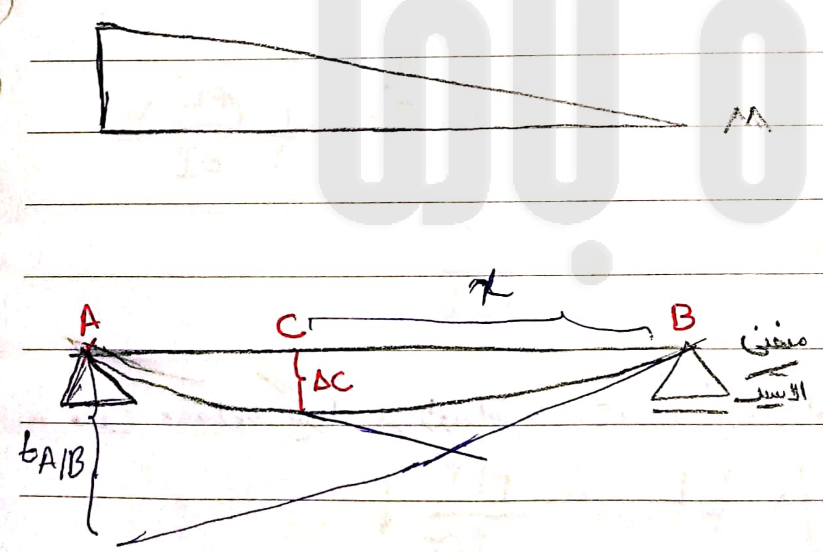
$\Delta max = ?$



$\theta c = 0$

$t_{A/B} =$

$$\tan\theta_B = \theta_B = \frac{t_{A/B}}{4m}$$



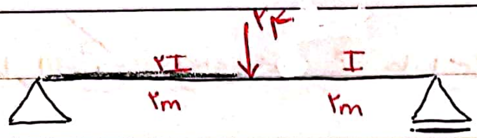
$\theta_{A/B} = \theta_A - \theta_B$ (معلوم ، معلوم)

و یا

$\theta_{B/C} = \theta_B - \theta_C$ (معلوم ، ۰) $\Rightarrow x =$ معلوم (مجهول)

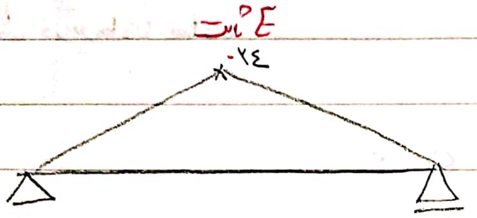
Sahand

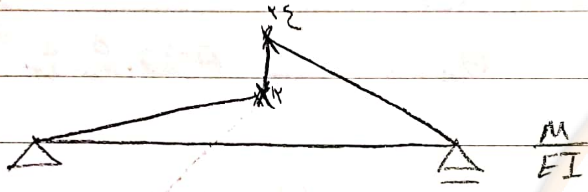
مثال)



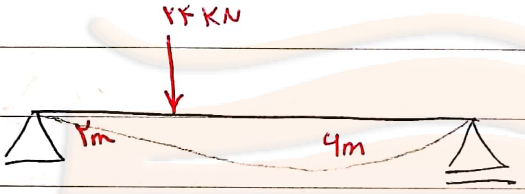
$\Delta max = ?$

(قسمت ضعیف max جابجایی را دارد)





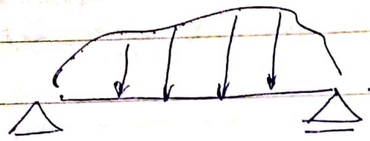
مثال)



$\Delta max = ?$

روش بار الاستیک (برای محاسبه جابجایی های تیر)

کاربرد فقط در تیرهای ساده

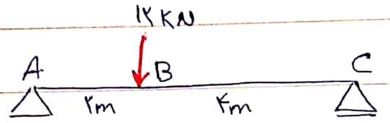


$\frac{M}{EI}$

$\Delta \to M$

$\theta \to V$

مثال)

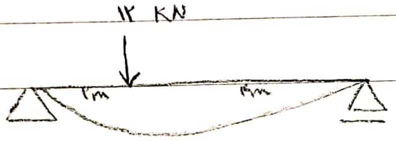


EI ثابت

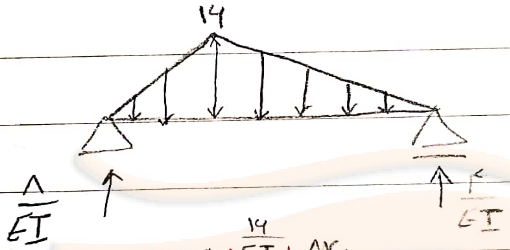
$\theta_C = ?$

$\Delta_C = ?$

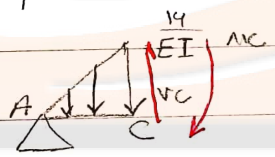
$\theta_A = ?$ → نیروی برشی نقطه A



$V_C + \frac{8}{EI} - \frac{1}{2}\left(\frac{16}{EI}\right)(2) = 0$



$V = \frac{8}{EI} \Rightarrow \theta_C = \frac{8}{EI}$



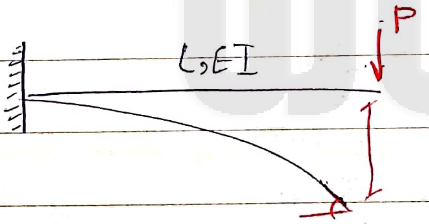
$\circlearrowleft^{+} \sum M_C = 0$

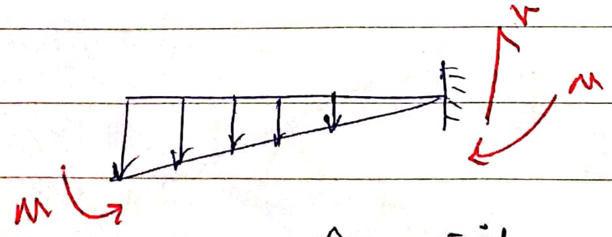
$M_C + \frac{8}{EI}(2) - \frac{1}{2}\left(\frac{16}{EI}\right)(2)\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

$M_C = \frac{32}{3EI} \qquad \Delta_C = \frac{32}{3EI}$

$V_A = \frac{8}{EI} \Rightarrow \theta_A = \frac{8}{EI}$

روش تیر مزدوج : (۵ نمره)





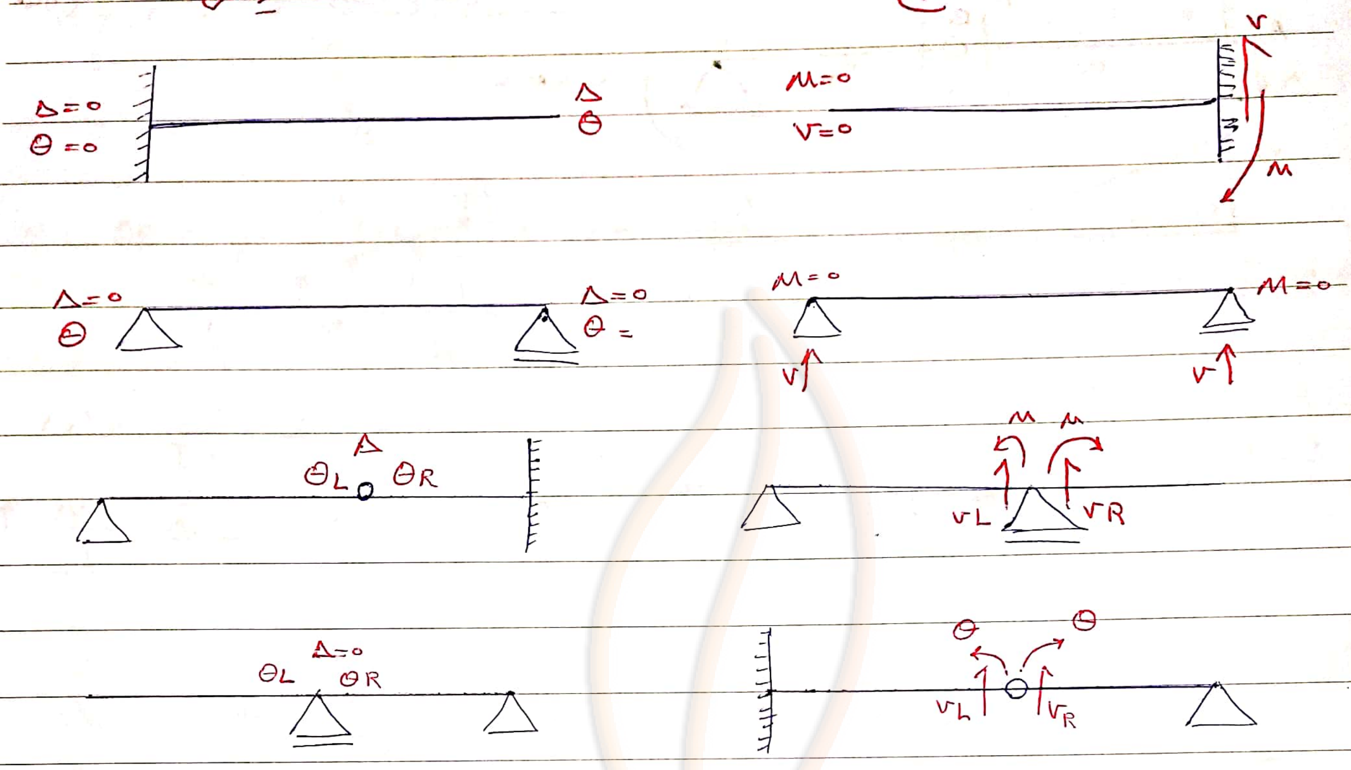
$M = \left[\frac{1}{2}\frac{PL}{EI}L\right]\frac{2}{3}L = \frac{PL^3}{3EI}$

$\Delta \to$ افت

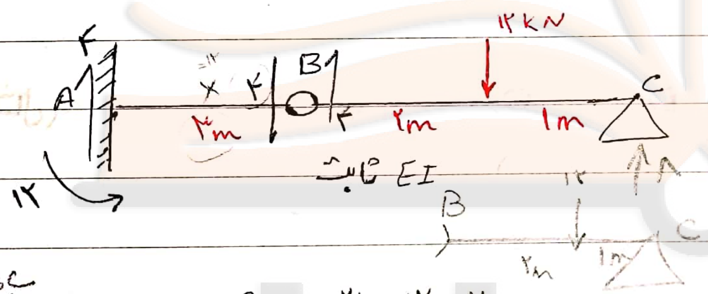
$\theta \to$ دوران

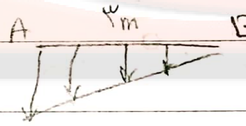
DATE / / SUBJECT:

تیر اصلی | تیر مزدوج



مثال ۱) مقدار و جهت جابه‌جایی مفصل B را حساب کنید و منحنی الاستیک سازهٔ AC را رسم کنید.





$\sum M_B^{BC} = 0$

$R_{y_C} \times 3 - 12 \times 2 = 0$

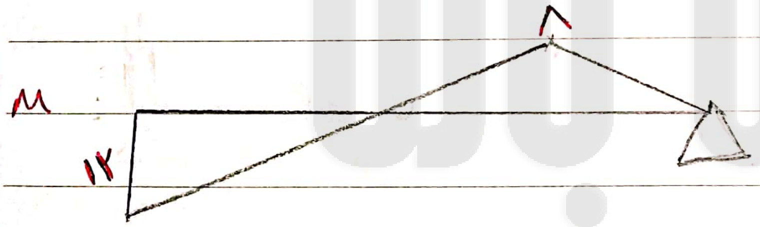
$R_{y_C} = 8$

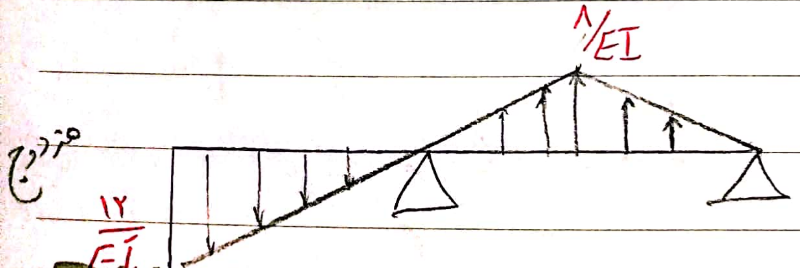
$\sum M_B = 0$

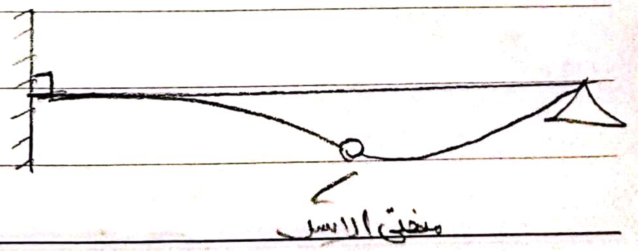
$M_B - \frac{1}{2}\left(\frac{12}{EI}\right)(3)(2^m) = 0$

$M_B = \frac{36}{EI}$

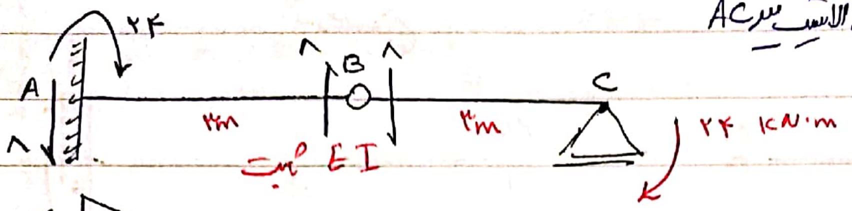
$\Delta_B = \frac{36}{EI} \downarrow$

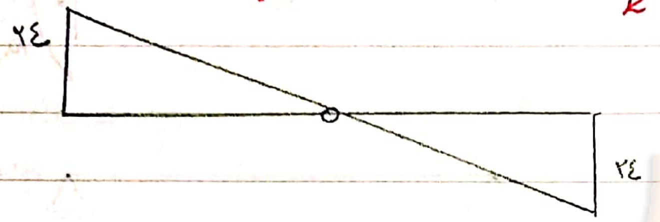


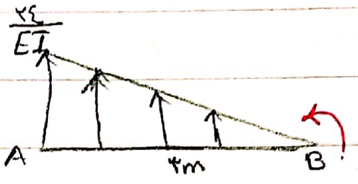


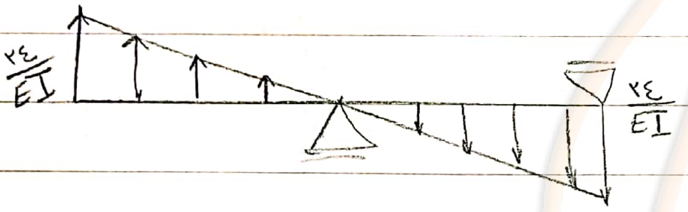


مثال) ΔB = ? ومنحنی الاستیک تیر AC





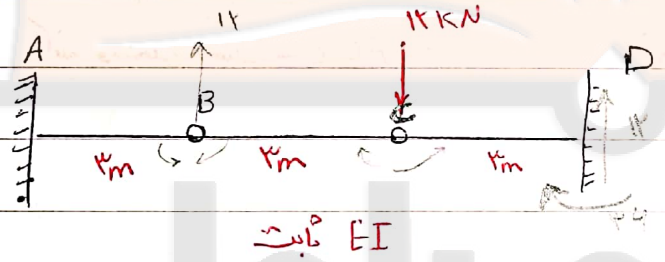




$$M_B = \frac{1}{2} \times \frac{24}{EI} \times 3 \times 2$$

$$= \frac{72}{EI} \Rightarrow \Delta_B = \frac{72}{EI} \uparrow$$

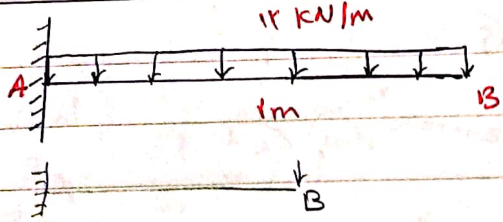
مثال) ΔC = ? و منحنی الاستیک تیر AD



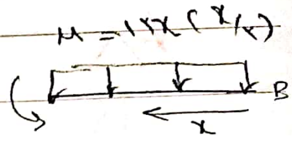
جزوه باما

مثال)

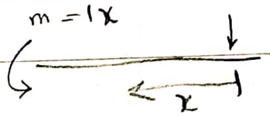
$\Delta B\downarrow = ?$

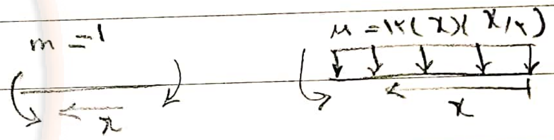


$$\Delta B = \frac{1}{EI}\int_0^1 (6x^2)(x)\,dx \Rightarrow \frac{1}{EI}\,\frac{6x^4}{4}\Big|_0^1 = \frac{6}{4EI}\ \downarrow$$

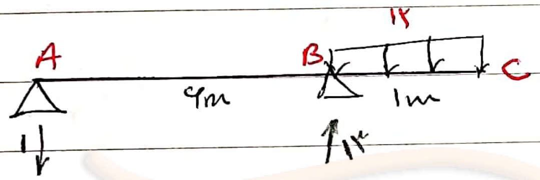


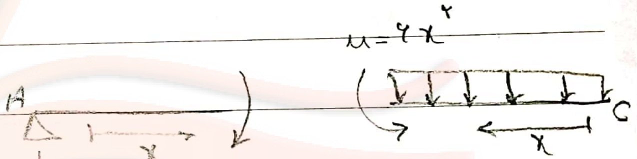
$$\theta B = \frac{1}{EI}\int_0^1 (6x^2)(1)\,dx \Rightarrow \frac{1}{EI}\,\frac{6x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{2}{EI}\ \curvearrowleft$$

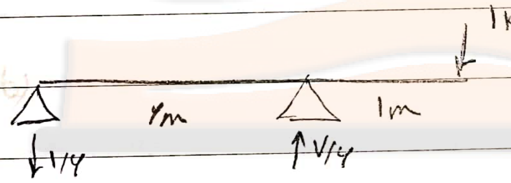


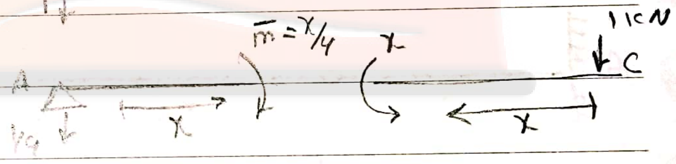


مثال)





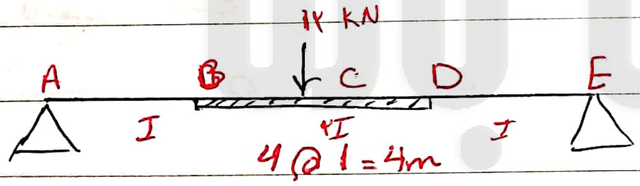


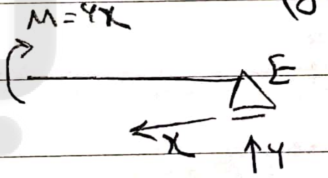


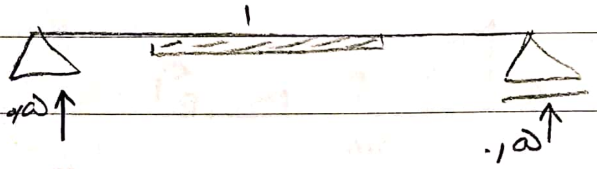
$$\Delta B = \frac{1}{EI}\left\{\int_0^1 x(6x^2)\,dx + \int_0^4 \frac{x}{4}(0)(dx)\right\} = \ \downarrow$$

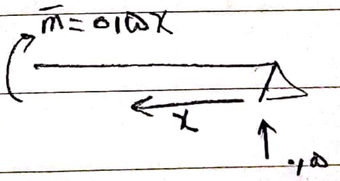
نیست، بعلاوه صفر می‌شود

مثال)

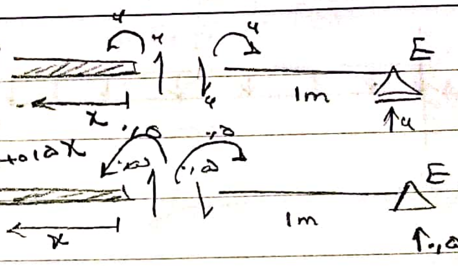






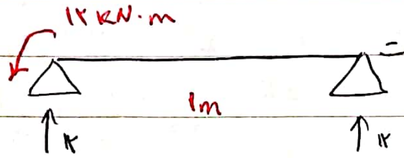


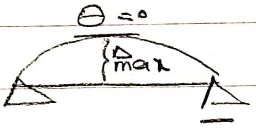
$$\Delta_C = 2\left\{\frac{1}{EI}\int_0^1 0.5x(4x)\,dx + \frac{1}{2EI}\int(0.5+0.5x)(4+4x)\,dx\right\}$$

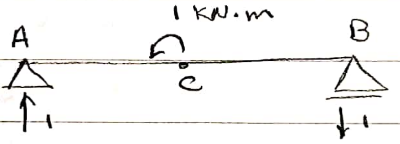


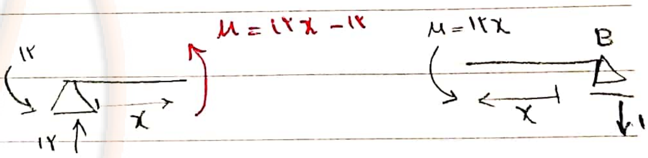
مثال)

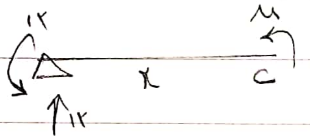
$\Delta_{max}=?$ متقارن جهت





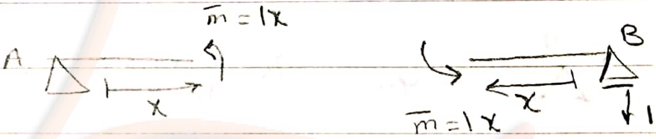




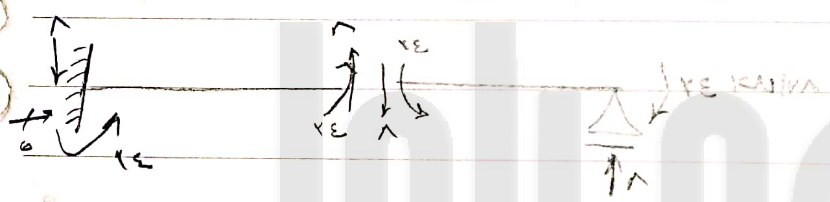


$\Sigma M_C = 0 \rightarrow M + 12 - 12x = 0$

$M = -12 + 12x$

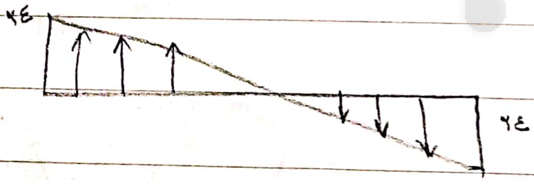


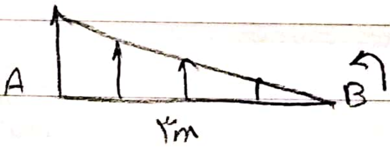
مثال)

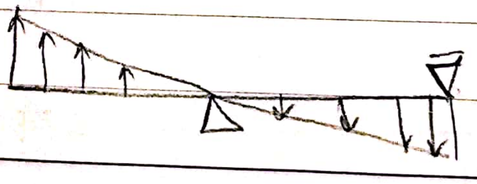


$\Sigma M_B = 0 \rightarrow 24 - R_{yc}(3)$

$R_{yc} = 8$







$M_B = \frac{1}{2} \times \frac{24}{EI} \times 3 \times 2 = \frac{72}{EI}$

$\Delta_B = \frac{72}{EI} \uparrow$

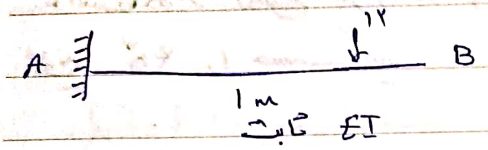
Sahand

DATE / / SUBJECT:

روش بار واحد:

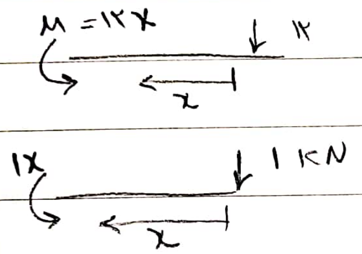
(اثر خمش)

$$\Delta = \int \frac{\bar{m}M}{EI}\,dx$$



$\Delta_B = ?$ $\theta_B = ?$

→ بار واحد در نظر می‌گیریم



$$\Delta = \frac{1}{EI}\int_0^1 12x\,(1x)\,dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{12x^3}{3}\right]_0^1 \Rightarrow +\frac{4}{EI} \downarrow$$

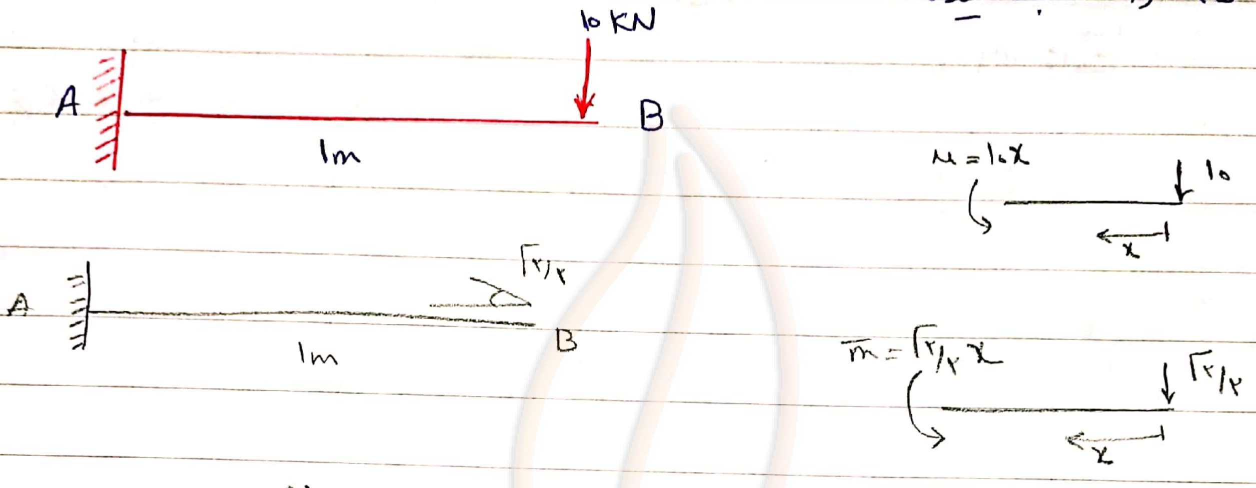
علامت + یعنی جهتی که در نظر گرفتیم درست است.

$$\theta_c = 0 \Rightarrow \frac{1}{EI}\left\{\int_0^{1-z} 1x\,(12x)\,dx + \int_0^{z} 1\,(12x-12)\,dx\right\} = 0$$

DATE / / SUBJECT:

تمرین برای عید:

با استفاده از روش بار واحد و با در نظر گرفتن فقط اثر خمش جابه جایی نقطه B تحت زاویه ۴۵° را حساب کنید.



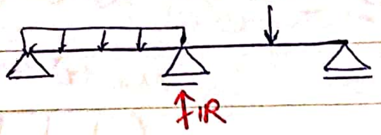
$$\Delta B = \frac{1}{EI}\int_0^1 (10x)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)dx$$

$$= \frac{1}{EI}\, 5\sqrt{2}\, \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{5\sqrt{2}}{3} \searrow$$

جزوه با ما

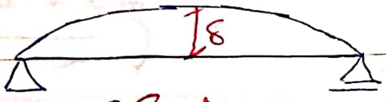
DATE / / SUBJECT:

تحلیل سازه های نامعین (روش نیروها)



قدم اول: مجهول اضافی را نشان میدهیم.

دوم: (Δ) مجهول اضافی را حذف و جابجایی سازه را در راستای مجهول اضافی حساب می کنیم.



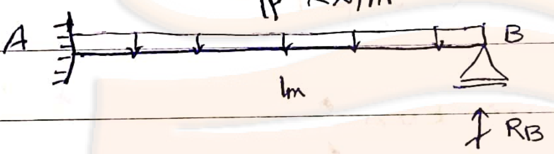
$R\delta+\Delta=0$

سوم: (δ) سازه را خالی از بارگذاری کرده و یک بار واحد در نقطه مجهول اضافی و در راستای مجهول اضافی وارد کرده.

چهارم: $R\delta+\Delta=0$

(جایگذاری در فرمول)

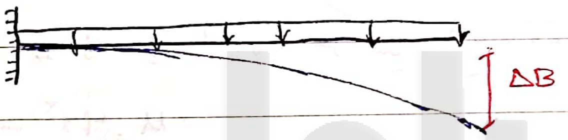
مثال) با استفاده از روش نیروها حساب کنید. برای محاسبه جابجایی ها از روش بار واحد استفاده کنید. با در نظر گرفتن فقط اثر خمش:



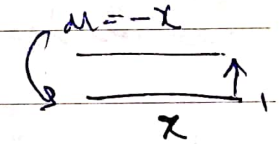
$M=12x\left(\frac{x}{2}\right)=6x^2$

$\Sigma M=0 \quad M-12x\left(\frac{x}{2}\right)=0$

$M=6x^2$

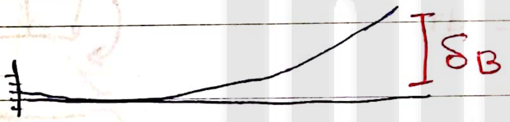


$M=-x$



$\Sigma M=0 \quad 1(x)+\bar{m}=0$

$\bar{m}=-1x$



$R_B\delta_B+\Delta_B=0$

$$\Delta_B=\int\frac{\bar{m}M}{EI}dx=\frac{1}{EI}\int_0^1 -1x(6x^2)\,dx=\frac{-3}{2EI}$$

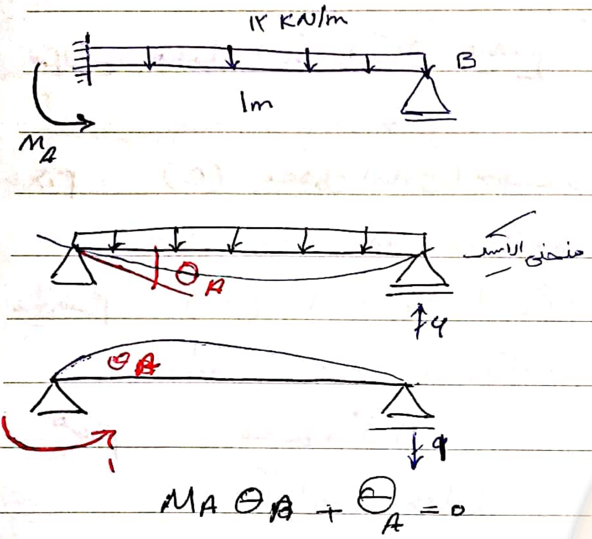
$$\delta_B=\int\frac{\bar{m}\bar{m}}{EI}dx=\frac{1}{EI}\int -1x(-1x)\,dx=\frac{1}{3EI}$$

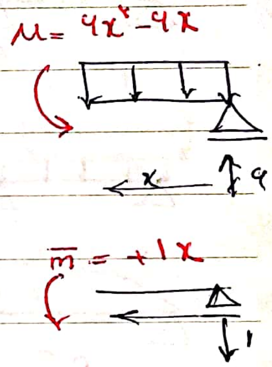
$$R_B\left(\frac{1}{3EI}\right)+\left(-\frac{3}{2EI}\right)=0$$

$$R_B=\frac{9}{2}=4.5\ KN\uparrow$$

Sahand

مثال: مثال قبلی را دوباره حل کنید با این تفاوت که مجهول اضافی را لنگر نقطه ی A بگیرید.





$$\theta_A = \int \frac{\bar{m}M}{EI}\,dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^1 1x(6x^2-6x)\,dx$$

$$= -\frac{1}{2EI}$$

$$\theta = \int \frac{\bar{m}\bar{m}}{EI}\,dx$$

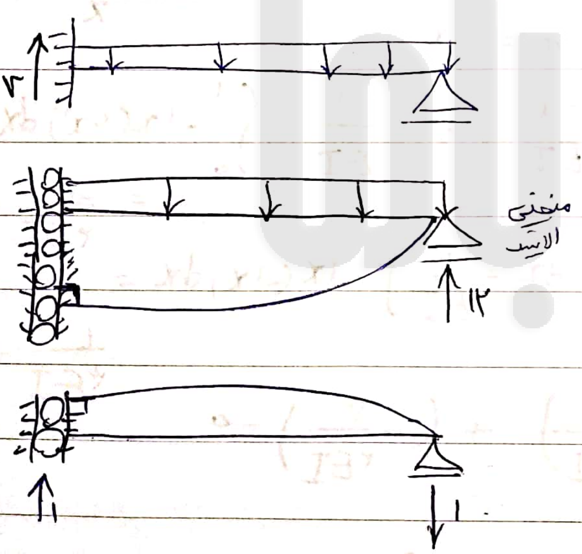
$$= \frac{1}{EI}\int_0^1 1x(1x)\,dx = \frac{1}{3EI}$$

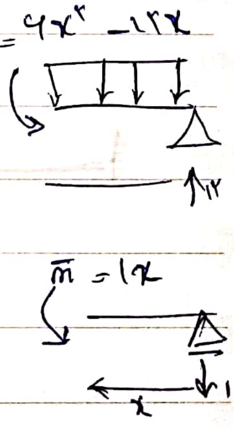
$$M_A\,\theta_A + \Theta_A = 0$$

$$M_A\left(\frac{1}{3EI}\right) + \left(-\frac{1}{2EI}\right) = 0$$

$$M_A = 3/2 = 1.5 \text{ KN.m}$$

مثال: مثال قبلی را دوباره حل کنید با این تفاوت که نیروی برشی A مجهول اضافی درنظر گرفته شود.





$$\Delta_A = \int \frac{\bar{m}M}{EI}\,dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^1 1x(6x^2-12x)\,dx$$

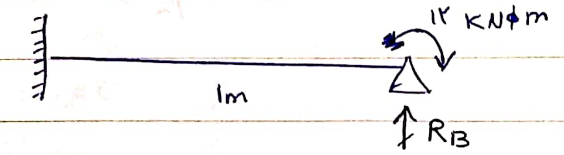
$$= -\frac{2.5}{EI}$$

$$\delta = \int \frac{\bar{m}\bar{m}}{EI}\,dx$$

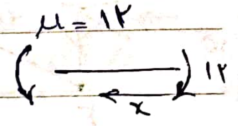
$$= \frac{1}{EI}\int_0^1 1x(1x)\,dx = \frac{1}{3EI}$$

$$V_A\left(\frac{1}{3EI}\right) - \left(\frac{2.5}{EI}\right) = 0 \Rightarrow V_A = 7.5 \text{ KN}$$

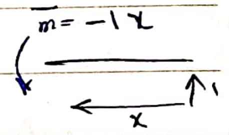
مثال) با استفاده از روش نیروها مقدار و جهت عکس‌العمل تکیه‌گاه غلتکی را با در نظر گرفتن فقط اثر خمش حساب کنید، برای محاسبه جابه‌جایی‌ها از روش بار واحد استفاده کنید.



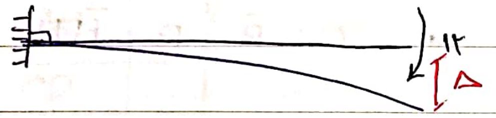
$$\Delta = \int \frac{\bar{m}M}{EI}dx$$

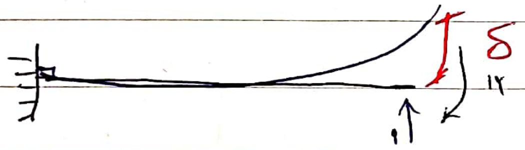


$$= \frac{1}{EI}\int_0^1 -1x(12)dx$$



$$= \frac{-6}{EI}$$



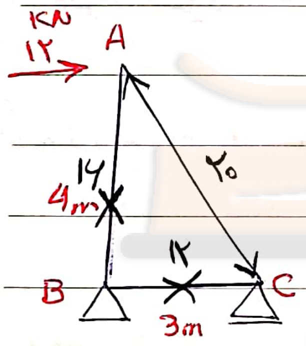


$$\delta = \int \frac{\bar{m}\bar{m}}{EI}dx = \frac{1}{EI}\int_0^1 -1x(-1x)dx$$

$$= \frac{1}{2EI}$$

$$R_B\left(\frac{1}{2EI}\right) + \left(\frac{-6}{EI}\right) = 0$$

$$R_B = 12$$



جابه‌جایی خرپاها با استفاده از روش بار واحد:

$12/3 \times 5 =$

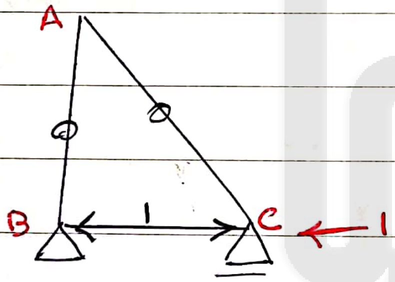
$12/3 \times 4 =$ (P)

مقدار و جهت جابه‌جایی نقطه C را حساب کنید.

فشاری → ←

کششی ✕

$$\Delta C = \frac{\bar{P}PL}{AE}$$



($\bar{P}$)

عضو	L	$\bar{P}$	P	$\bar{P}PL$
AB	۴	۰	۱۶	۰
AC	۵	۰	-۲۰	۰
BC	۳	-۱	۱۲	-۳۶
Σ				-۳۶

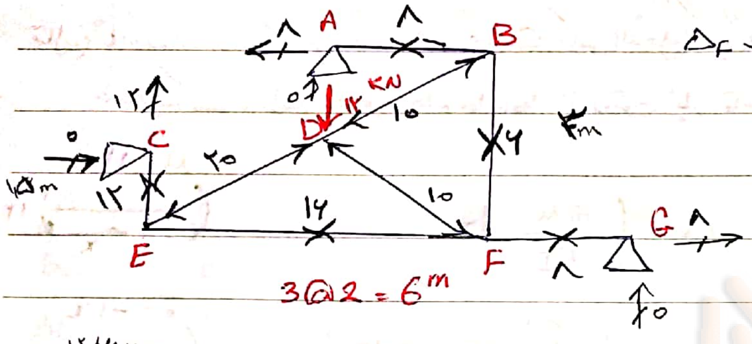
$$\Delta C = \frac{-36}{AE} \qquad \Delta C = \frac{36}{AE} \rightarrow$$

Sahand

DATE / / SUBJECT:

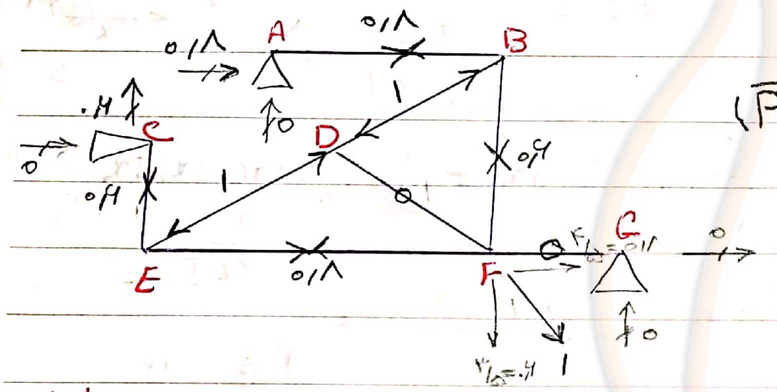
مثال: جابه جایی F در راستای DF

$\Delta_{F}^{D \searrow F} = ?$



(P)

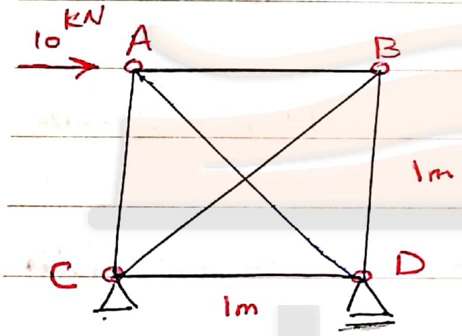
در خرپا لنگر نداریم.



$(\bar{P})$

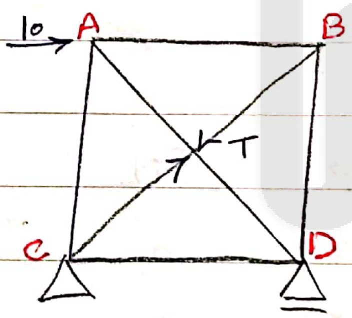
عضو	L	$\bar{P}$	P	$\bar{P}PL$

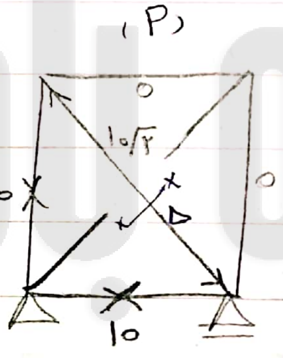
تحلیل خرپاهای نامعین:

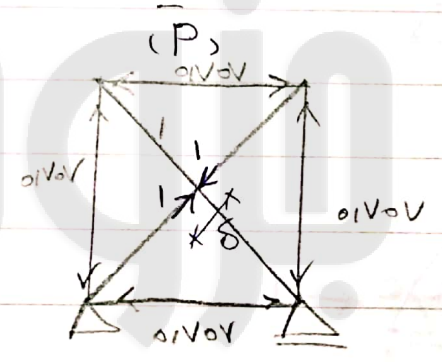


مقدار و جهت عکس العمل ها و همچنین نیروی داخلی عضو BC را حساب کنید.

مجهول اضافی عضو BC







$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$

$\Delta + T\delta = 0$

Sahand

DATE / / SUBJECT:

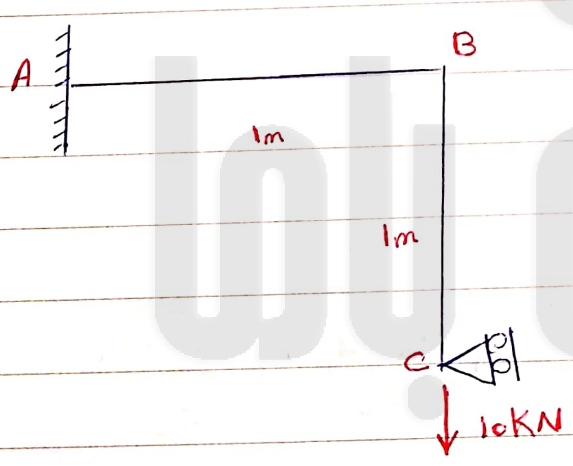
عضو	L	$\bar{P}$	P	$\Delta=\Sigma\frac{\bar{P}PL}{EA}$	$\delta=\Sigma\frac{\bar{P}\bar{P}L}{AE}$
AB	۱	-۰٫۷۰۷	۰	۰	۰٫۵
AC	۱	-۰٫۷۰۷	۱۰	-۷٫۰۷	۰٫۵
AD	√۲	۱	-۱۰√۲	-۲۰√۲	√۲
BC	√۲	۱	۰	۰	√۲
BD	۱	-۰٫۷۰۷	۰	۰	۰٫۵
CD	۱	-۰٫۷۰۷	۱۰	-۷٫۰۷	۰٫۵
Σ				$-\frac{۴۲٫۴۲}{AE}$	$\frac{۴٫۸۲}{EA}$

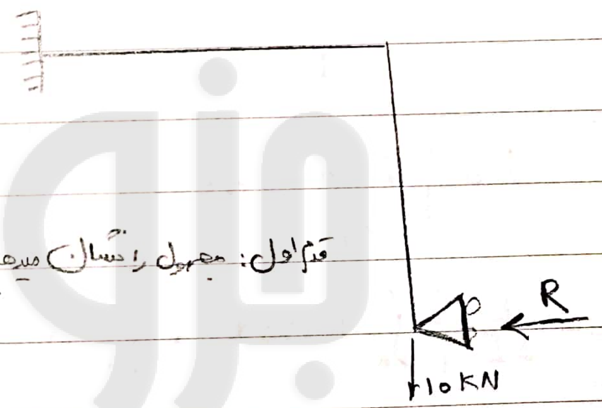
$$\Rightarrow \Delta + T\delta = 0 \Rightarrow \frac{-۴۲٫۴۲}{AE} + T\left(\frac{۴٫۸۲}{AE}\right) = 0$$

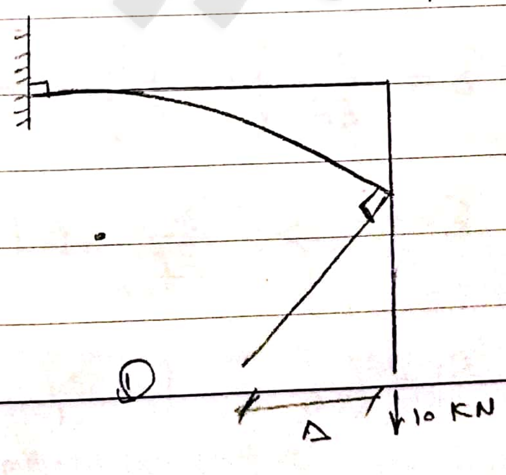
T = ۸٫۸ KN کشش

سوال امتحانی: مقدار و جهت عکس‌العمل تکیه‌گاه غلتکی را با استفاده از روش نیروها حساب کنید. (برای محاسبه‌ی جابجایی‌ها از روش بار واحد با درنظر گرفتن اثر خمش و محوری حساب کنید)

به فرض اینکه از نظر مقدار عددی 10A = I .



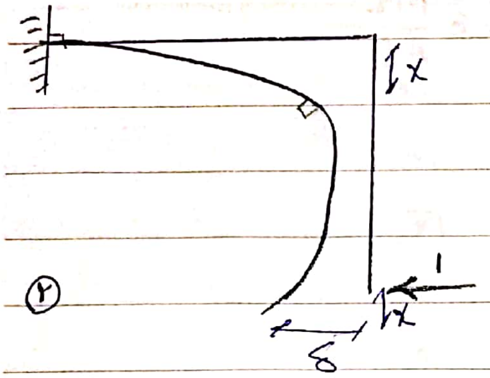




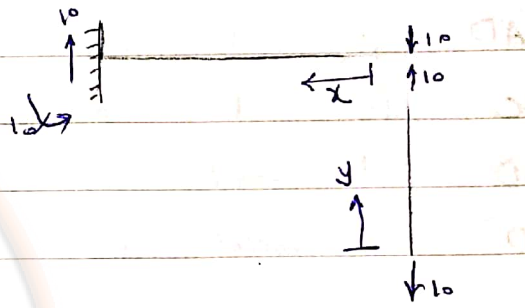
قدم دوم: مجهول را حذف می‌کنیم

منحنی الاستیک می‌کشیم.

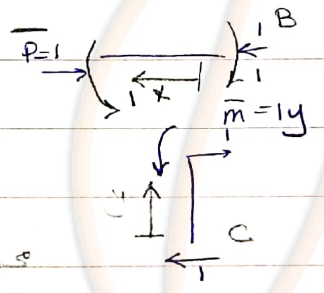
DATE / / SUBJECT:

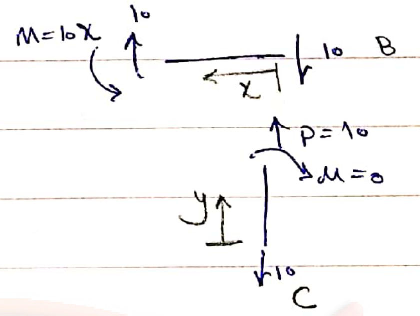


قدم سوم: سازه را خالی از بارگذاری می‌کنیم و یک بار واحد وارد می‌کنیم.
و منحنی الاستیک آن را رسم می‌کنیم



سپس قطع می‌کنیم تا هردو سیستم (۲ و ۱)





خمشی — محوری

$$\Delta = \int \frac{\bar{m}M}{EI}dx + \Sigma \frac{\bar{P}PL}{AE}$$

تیر — ستون

$$\frac{1}{EI}\left\{\int_0^1 10x(1)dx + 1y(0)dy\right\} + \frac{1(0)1}{AE} + \frac{0(10)1}{AE}$$

$$\Delta = \frac{5}{EI}$$

$$\delta = \int \frac{\bar{m}\bar{m}}{EI}dx + \Sigma \frac{\bar{P}\bar{P}L}{AE}$$

$$\delta = \frac{1}{EI}\left\{\int_0^1 1(1)dx + \int_0^1 1y(1y)dy\right\} + \frac{1(1)(1)}{AE} + \frac{0(0)1}{AE}$$

$$\delta = \frac{1}{EA}\left\{1+\frac{1}{3}\right\} + \frac{1}{AE}$$

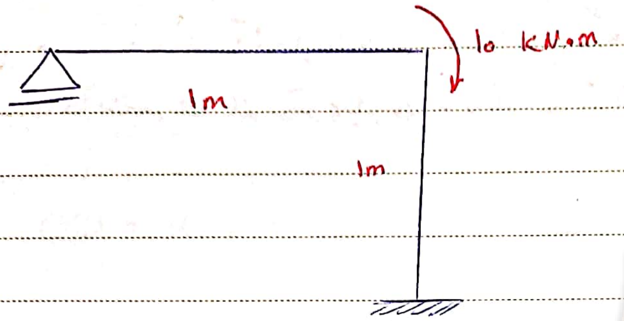
$$\Delta + R\delta = 0 \Rightarrow \frac{5}{EI} + R\left[\frac{4}{3EI} + \frac{1}{AE}\right] = 0 \quad (EI = 10A)$$

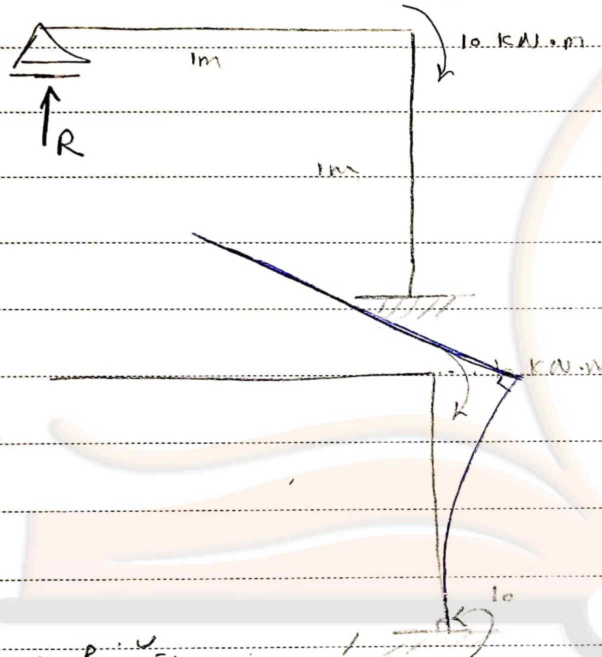
$R = -15/34 \qquad R = 15/34$

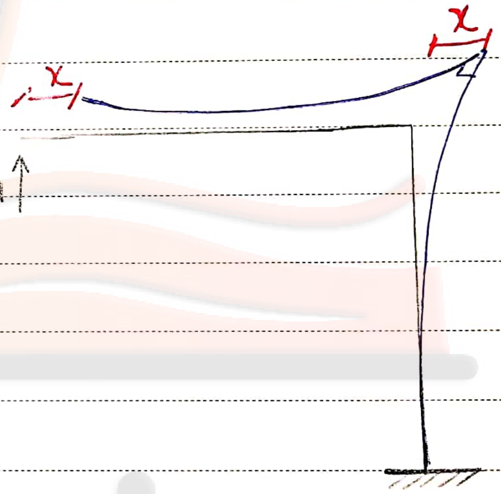
جزوه با ما

Subject:
Date

مثال) سؤال قبلی





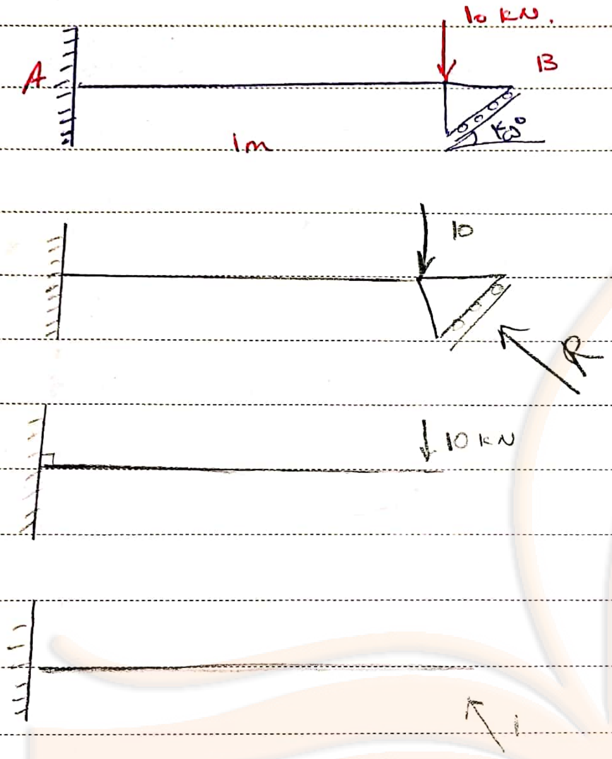


← نوک پیکان به داخل میرند (تارها مساوی)

PAPCO

Subject:
Date

مثال) صورت مسئله قبلی (مقدار و جهت عکس العمل تکیه‌گاه‌ها) را با استفاده از روش نیروها حساب کنید. برای Δ محاسبه‌ی جابه‌جایی‌ها از روش بار واحد و با درنظر گرفتن اثر خمش و محوری حساب کنید.



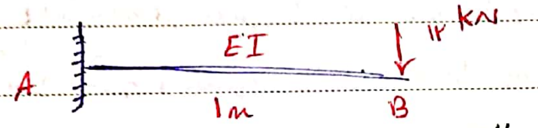
« قضایای کاستیلیانو »

$\checkmark\ \frac{\partial u}{\partial P} = \Delta$ (قضیه دوم) | $\frac{\partial u}{\partial \Delta} = P$ (قضیه اول)

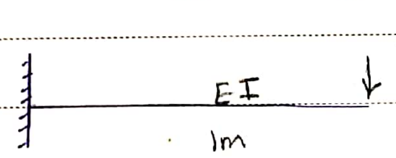
انرژی $= U = \int \frac{M^2}{2EI}dx + \sum \frac{P^2 L}{2AE} + \int \frac{kV^2}{2GA}dx + \int \frac{T^2}{2GJ}dx$

(خمشی، محوری، برشی، پیچشی)

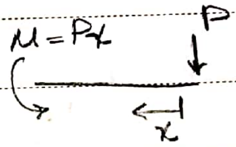
مثال:



$\Delta B = ?$



$\frac{\partial M}{\partial P} = x$



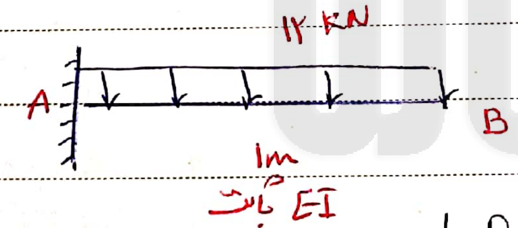
$u = \int \frac{M^2}{2EI}dx$

$\Delta B = \frac{\partial u}{\partial P} = \int \frac{2\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)(M)}{2EI}dx$

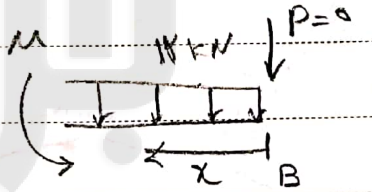
$\Delta B = \frac{1}{EI}\int \frac{\partial M}{\partial P}(M)\,dx = \frac{1}{EI}\int_0^1 x\,(Px)\,dx$

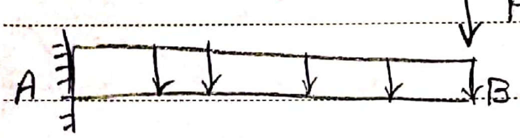
$= \frac{1}{EI}\, P\, \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{12}{3EI}$ 　 $\boxed{\Delta B = \frac{4}{EI}\downarrow}$

مثال:



$\Delta B = ?$





حل در نقطه B خواسته بید یک نیروی P وارد کنیم.

$M = Px + 6x^2$

$\frac{\partial M}{\partial P} = x$

$u = \int \frac{M^2}{2EI}dx$ 　 $\Delta B = \frac{\partial u}{\partial P} = \int \frac{2\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)M}{2EI}dx$

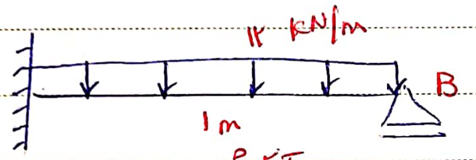
جزوه باما

Subject:
Date

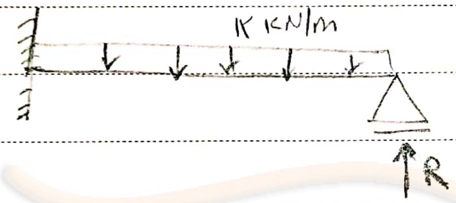
$$\Delta B = \frac{1}{EI}\int \frac{\partial M}{\partial P}(M)\,dx = \frac{1}{EI}\int_0^1 x\,(Px + 6x^2)\,dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{Px^3}{3} + \frac{6x^4}{4}\right]_0^1 \Rightarrow \Delta B = \frac{6}{4EI}\downarrow$$

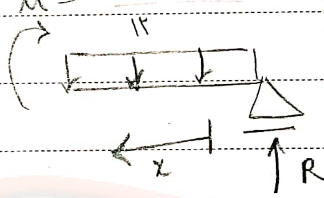
مثال) با استفاده از روش کاستیلیانو مقدار و جهت عکس‌العمل تکیه‌گاه غلتکی را حساب کرده و دیاگرام گشتاور خمشی و منحنی الاستیک آن‌ها را رسم کنید.



$R_{yB} = ?$



$M = Rx - 6x^2$



$\Sigma M_c = 0$

$M + 12x\left(\frac{x}{2}\right) - Rx = 0$

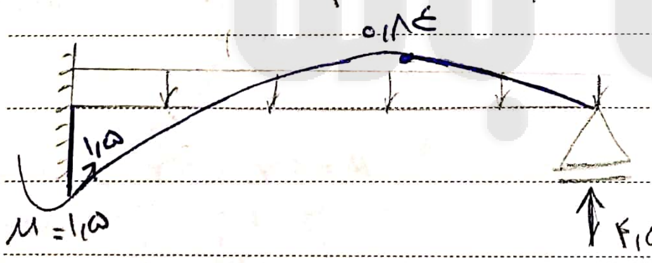
$M = Rx - 6x^2$

$\frac{\partial M}{\partial R} = x$

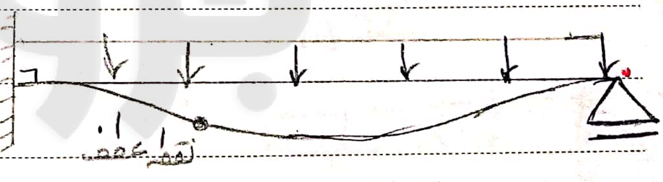
$$\Delta = \frac{1}{EI}\int \frac{\partial M}{\partial R}(M)\,dx$$

$$0 = \frac{1}{EI}\int_0^1 x\,(Rx - 6x^2)\,dx$$

$$\frac{Rx^3}{3} - \frac{6x^4}{4}\Big|_0^1 = \frac{R}{3} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow R = 4.5$$



گشتاور خمشی



منحنی الاستیک

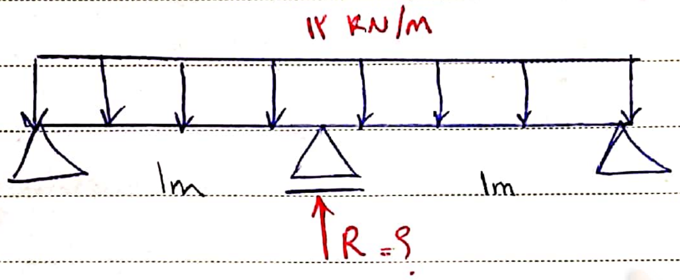
$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow M_A + 4.5(1) - 12(1)(0.5) = 0$, $M = 1.5$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_A + 4.5 - 12(1) = 0$, $V_A = 7.5$

PAPCO

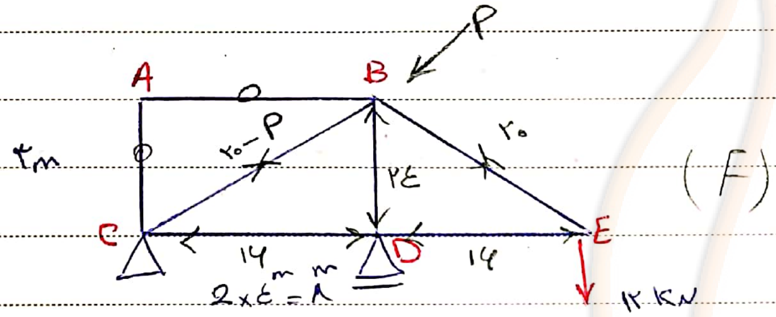
Subject:
Date

مثال:



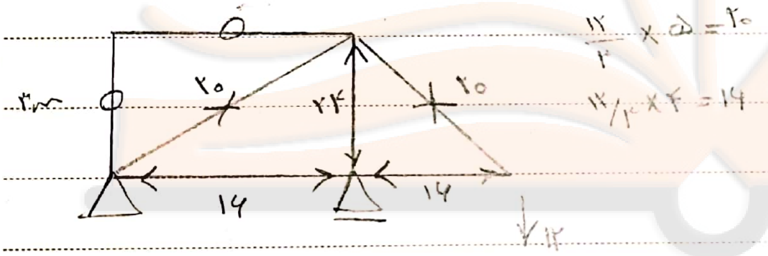
حل صفحه ی بعد ← EI ثابت
روش کاستیلیانو

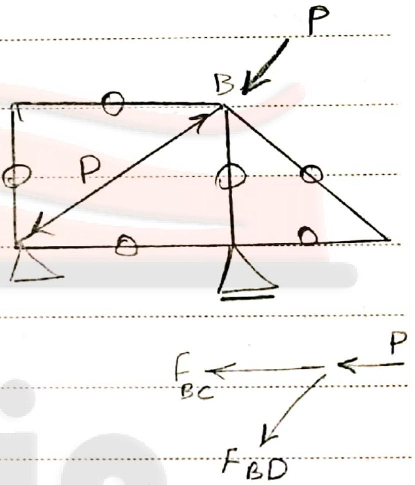
جابجایی خرپاها (روش کاستیلیانو)



(F) $\Delta_{B/BC} = ?$

جمع برداری ← P





$$U = \Sigma \frac{F^2 L}{2AE}$$

$$\Delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \Sigma \frac{L\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)(F)}{AE}$$

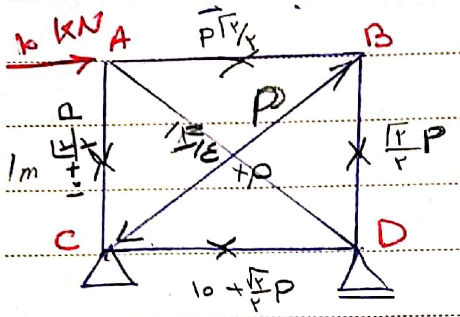
عضو	L	F	$\frac{\partial F}{\partial P}$	$L\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)(F)$
AB	۴	۰	۰	۰
AC	۳	۰	۰	۰
BC	۵	۲۰−P	−1	−100+5P
BD	۳	−۲۴	۰	۰
BE	۵	۲۰	۰	۰
CD	۴	−۱۶	۰	۰
DE	۴	−۱۶	۰	۰
Σ				−100+5P

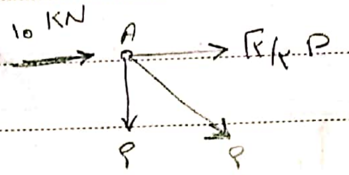
$$\Delta = \frac{-100+5P}{AE}$$

$$\Delta = \frac{-100}{AE}$$

$$\Delta_{B/BC} = \frac{100}{AE} \nearrow$$

مثال) با استفاده از روش کاستیلیانو مقدار جهت نیروی داخلی عضو BC را حساب کنید.





$\Sigma F_x = 0$

$F_{AB} \times \cos 45^\circ + 10 + \frac{\sqrt{2}}{2}P = 0$

$F_{AB} = -\frac{10 + \frac{\sqrt{2}}{2}P}{\sqrt{2}/2}$

$= 14.28 + P$

$U = \Sigma \frac{F^2 L}{2AE}$

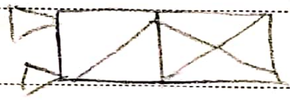
$\Delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \Sigma \frac{L\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)(F)}{AE}$

عضو	L	F	$\frac{\partial F}{\partial P}$	$L\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)(F)$
AB	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}P$	$\sqrt{2}/2$	$0.5P$
AC	1	$10 + \frac{\sqrt{2}}{2}P$	$\sqrt{2}/2$	$5\sqrt{2} + 0.5P$
AD	$\sqrt{2}$	$-14.28 - P$	-1	$20.2 + \sqrt{2}P$
BC	$\sqrt{2}$	$-P$	-1	$\sqrt{2}P$
BD	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}P$	$\sqrt{2}/2$	$0.5P$
CD	1	$10 + \frac{\sqrt{2}}{2}P$	$\sqrt{2}/2$	$5\sqrt{2} + 0.5P$
Σ				$34.14 + 4.82P$

$\Delta = \frac{34.34 + 4.82P}{AE} = 0 \Rightarrow P = -\frac{34.14}{4.82} = -7.1$

مثلث به مثلث ⇐ معین است.

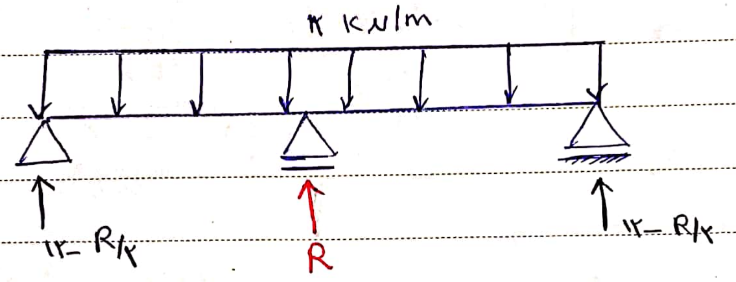
معین — مثال)

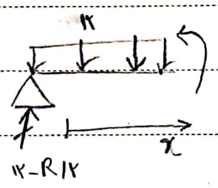


نامعین — مثال)

۱ درجه

Subject:
Date





$M = (12 - R/2)x - 4x^2$

$\frac{\partial M}{\partial R} = -\frac{x}{2}$

$\Delta = \int \frac{\frac{\partial M}{\partial R}(M)}{EI} dx = 0$

$2\int_0^1 \frac{\partial M}{\partial R}(M)\,dx = 0$

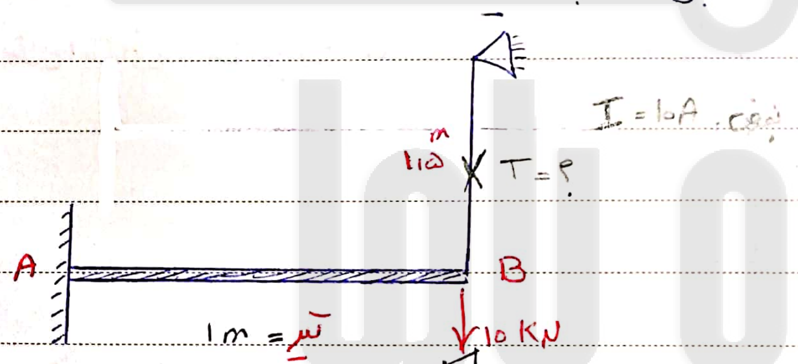
$\int_0^1 -x/2\,(12x - \frac{R}{2}x - 4x^2)\,dx = 0$

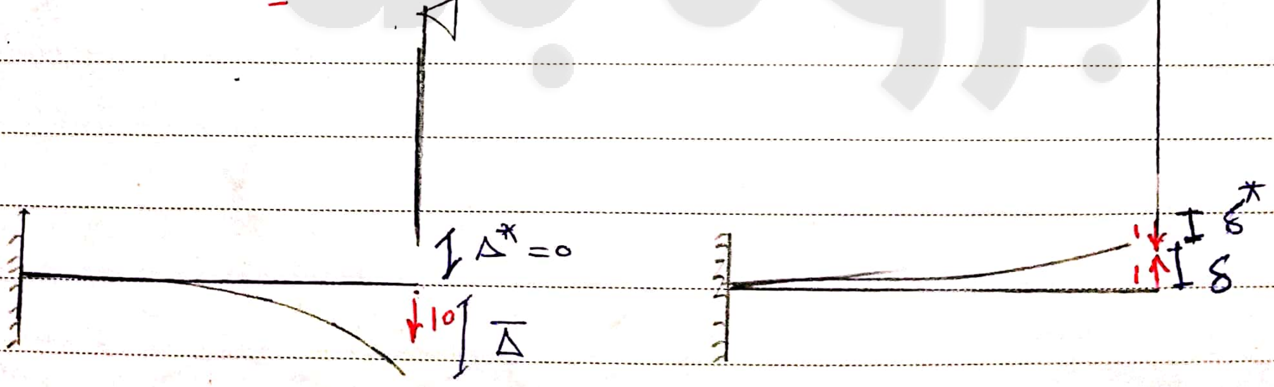
$\left[-\frac{x^3}{6}(12) + \frac{Rx^3}{12} - \frac{4x^4}{8}\right]_0^1 = 0$

$-2 + R/12 + 0.75 = 0 \qquad R = 1.25\,(12)$

$R = 15 \uparrow$

مثال: با استفاده از روش نیروها، نیروی داخلی کابل را حساب کنید.





$\Delta^* = 0$ $\bar{\Delta} = \int \frac{\bar{m} m}{EI} dx = \int_0^1 \frac{-1x(-1x)dx}{EI} = \frac{1}{3EI}$ $\bar{m} = -1x$

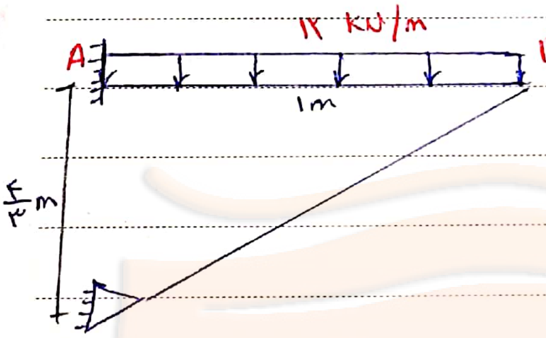
$\Delta + \delta T = 0$

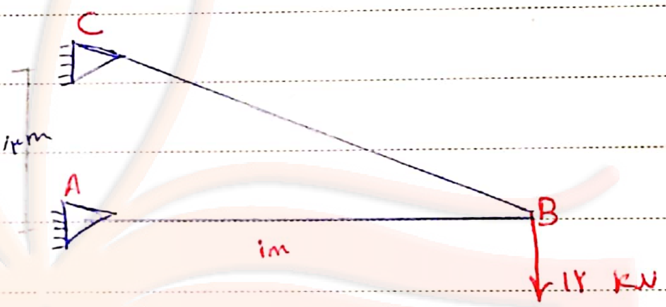
$(\Delta^* + \bar{\Delta}) + (\delta^* + \bar{\delta}) T = 0$

$\left(0 - \frac{10}{3EI}\right) + \left(\frac{1.5}{EA} + \frac{1}{3EI}\right) T = 0$

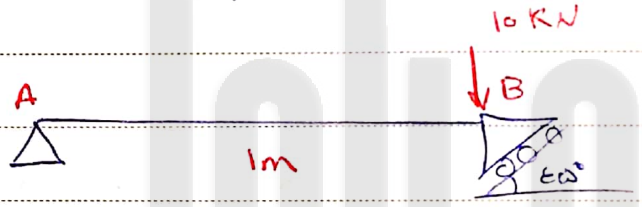
$-1/3 + \left(1.5 + \frac{1}{30}\right) T = 0$ $T = 2\ kN$ کششی

سؤال امتحانی: با استفاده از روش نیروها مقدار و جهت میله‌ی BC را با درنظر گرفتن فقط اثر خمش و محوری حساب کنید. فرض اینکه از نظر مقدار عددی $I = 10A$

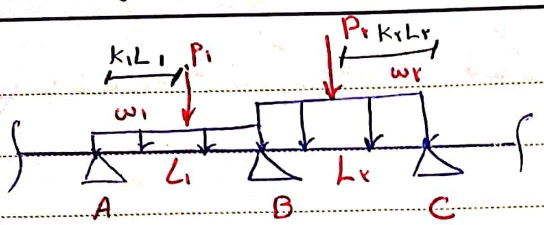




سؤال امتحانی: مقدار و جهت جابه‌جایی نقطه‌ی B با درنظر گرفتن اثر خمش و محوری؟



قضیه سه لنگری :



K_1 : نسبت فاصله نیروی متمرکز از تکیه سمت چپ (A).

K_2 : " " " " " " چپ (C)

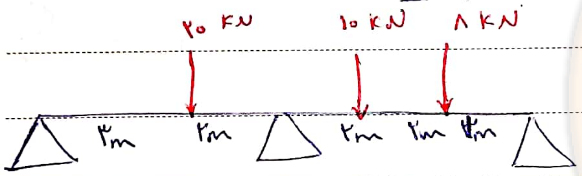
$K_1, K_2 < 1$

$$\frac{M_A L_1}{I_1} + 2M_B\left(\frac{L_1}{I_1}+\frac{L_2}{I_2}\right) + M_C L_2 = 0$$

بار گسترده

$$\Sigma \frac{P_1 L_1^2}{I_1}(K_1 - K_1^3) - \Sigma \frac{P_2 - P_2^2}{I_2}(K_2 - K_2^3) - \frac{w_1 L_1^3}{4 I_1} - \frac{w_2 L_2^3}{4 I_2}$$

مثال امتحانی) با استفاده از قضیه سه لنگری سازه را تحلیل کرده دیاگرام تقریبی نیرو خمشی و منحنی الاستیک آن را رسم کنید.

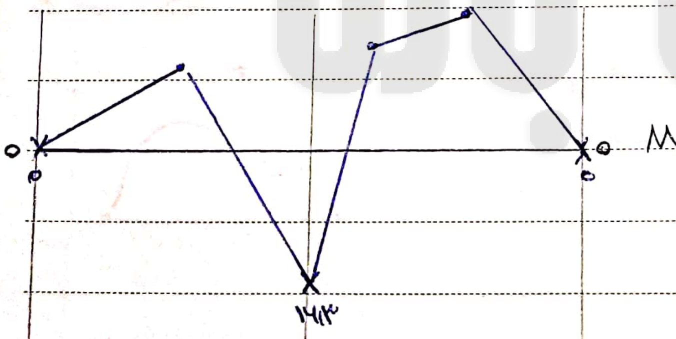


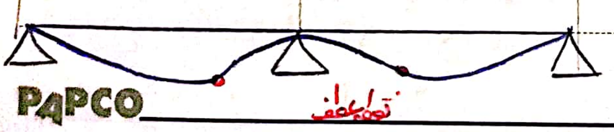
$$M_A + 4M_B L + M_C = -\Sigma P_1 L_1 (K_1 - K_1^3) - \Sigma P_2 L_2 (K_2 - K_2^3)$$

$$0 + 4M_B + 0 = -20(5)\left[\frac{2}{5} - \left(\frac{2}{5}\right)^3\right]$$

$$-10(5)\left[\frac{3}{5} - \left(\frac{3}{5}\right)^3\right]$$

$$-8(5)\left[\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)^3\right] \Rightarrow M_B = -14.3\ KN/m$$

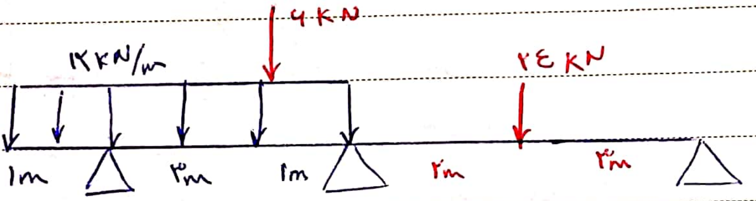


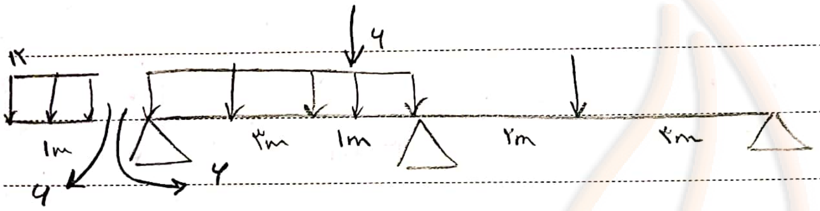


منحنی الاستیک

Subject:
Date

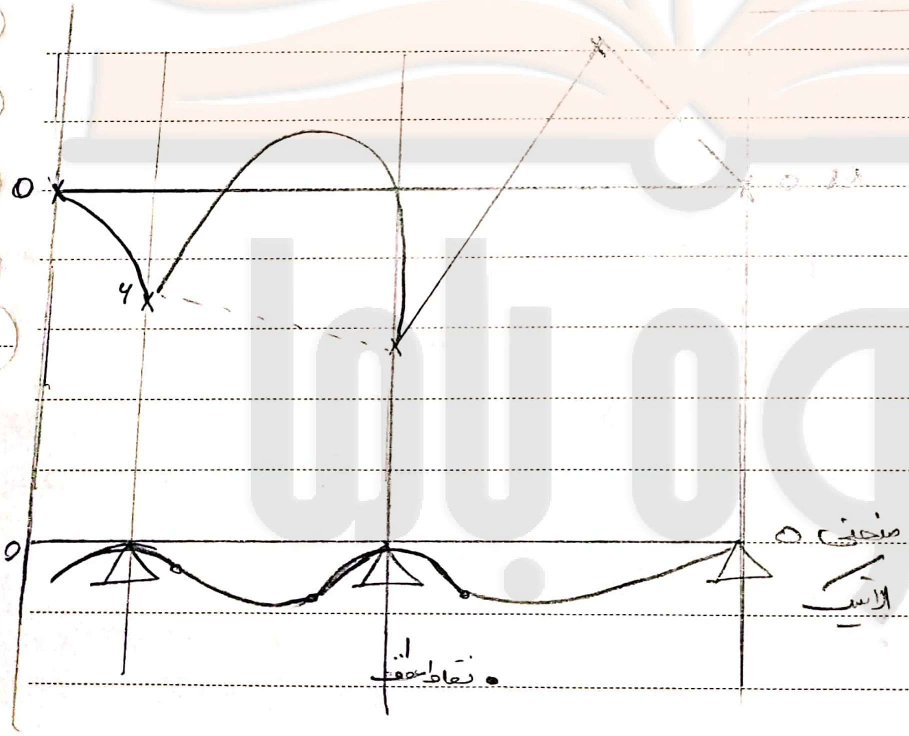
مثال ۳) با استفاده از قضیه سه لنگری سازه را تحلیل کرده و دیاگرام تعریبی گشتاور خمشی و منحنی الاستیک را رسم کنید.

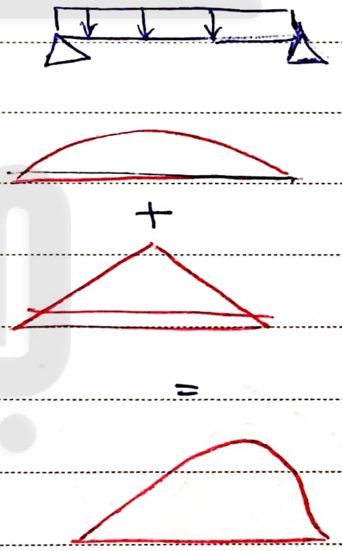




$$-6(4) + 2M_B(4+5) + 0 = -6(4)^2(0.75 - 0.75^3) - 24(5)^2(0.6 - 0.6^3) - \frac{12(4)^3}{4} = 0$$

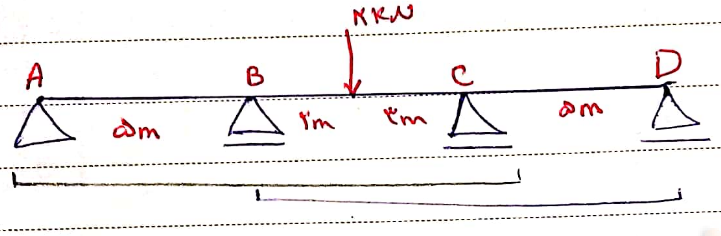
$$M_B = -23.9\ kN.m$$





Subject:
Date

مثال ۱)



سازه دو درجه نامعین است.
دو معادله باید نوشته شود.

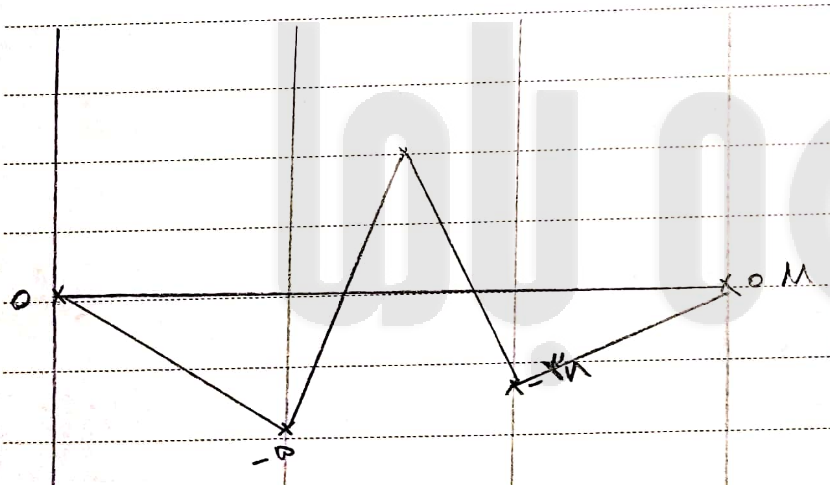
$$\begin{cases} M_A + 4M_B + M_C = -\sum P_2 L_2 (K_2 - K_2^3) \\ M_B + 4M_C + M_D = -\sum P_1 L_1 (K_1 - K_1^3) \end{cases}$$

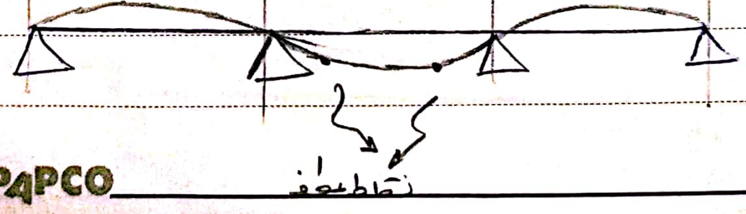
$$\begin{cases} 0 + 4M_B + M_C = -12(5)\left(\frac{3}{5} - \frac{3^3}{5^3}\right) \\ M_B + 4M_C + 0 = -12(5)\left(\frac{2}{5} - \frac{2^3}{5^3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4M_B + M_C = -23 \\ M_B + 4M_C = -20.16 \quad \times(-4) \end{cases}$$

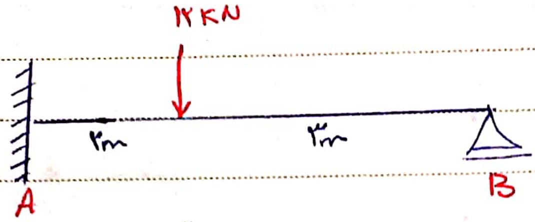
$$-15M_C = 57.18 \qquad \boxed{M_C = -3.8}$$

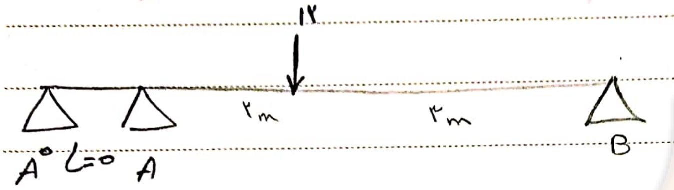
$$\boxed{M_B = -5}$$





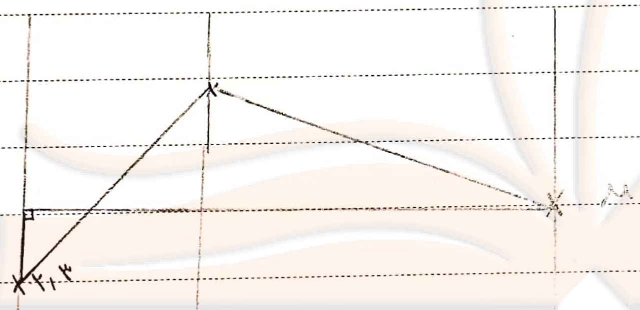
مثال)

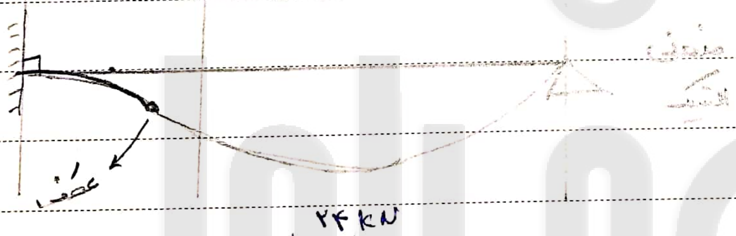




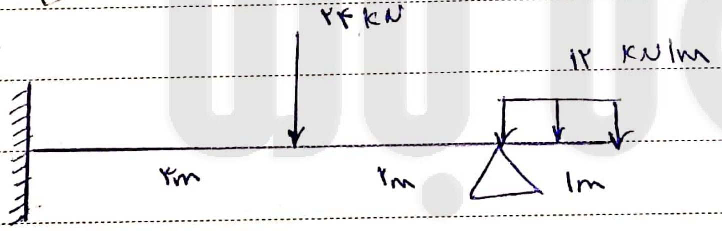
$$M_{A^\circ} L_\circ + 2M_A(L_1+L_2) + M_B L_2 = -\sum P_2 L_2 (k_2 - k_2^3)$$

$$0 + 2M_A(0+5) + 0 = -12(5)(0.4 - 0.4^3) \qquad M_A = -2.3$$





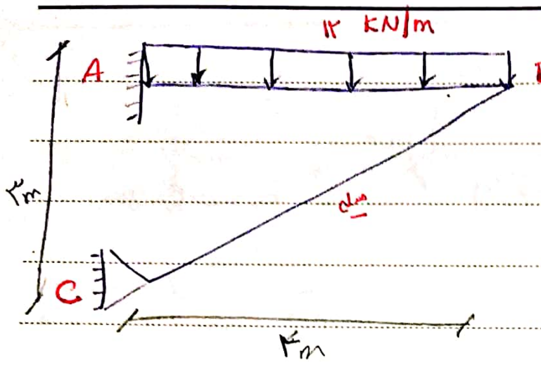
مثال)



جزوه با ما

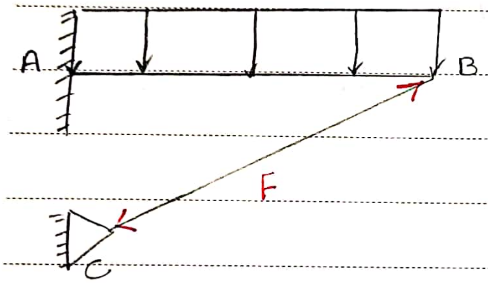
Subject:
Date

مثال) به روش نیروها نیروی داخلی میله BC = ؟



$$\Delta + F\delta = 0$$

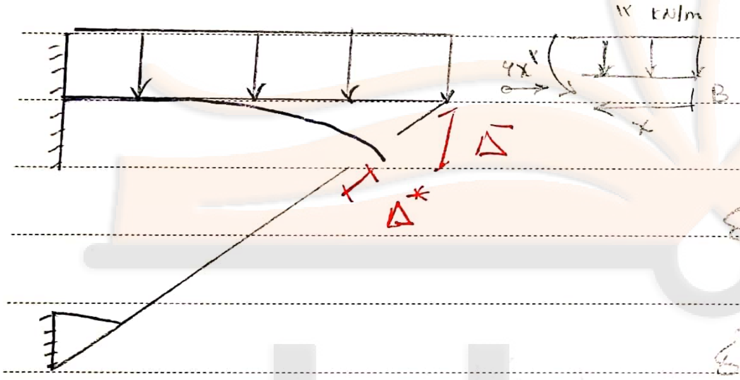
$$(\bar{\Delta} + \Delta^*) + F(\bar{\delta} + \delta^*) = 0$$



$$\bar{\Delta} = \frac{1}{EI}\int \bar{m}\, M\, dx + \Sigma \frac{\bar{P} P L}{AE}$$

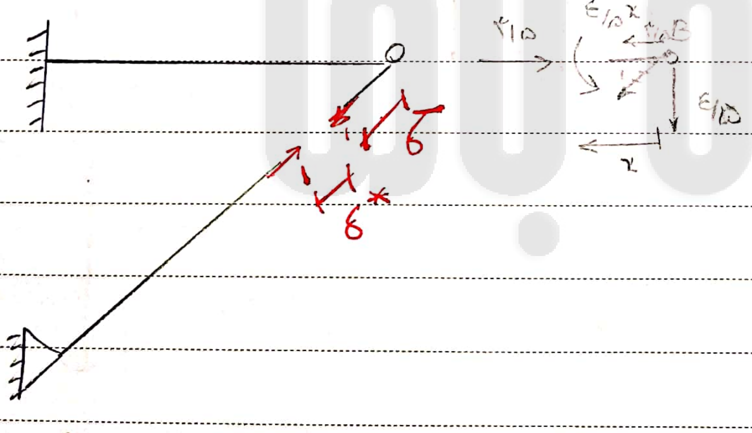
$$\bar{\Delta} = \frac{1}{EI}\int_0^4 \frac{4}{5}x\,(6x^2)\,dx + \frac{3/5\,(0)(4)}{AE}$$

$\Delta^* = 0 \longrightarrow$ هیچ نیرویی ندارد



$$\bar{\delta} = \frac{1}{EI}\int \bar{m}\,\bar{m}\,dx + \Sigma \frac{\bar{P}\bar{P} L}{AE}$$

$$\bar{\delta} = \frac{1}{EI}\int_0^4 \left(\frac{4}{5}x\right)\left(\frac{4}{5}x\right)dx + \frac{\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)(4)}{AE}$$

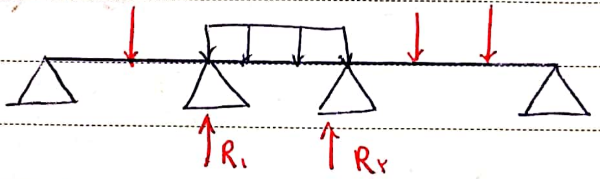


$$\delta^* = \Sigma \frac{\bar{P}\bar{P} L}{AE}$$

$$= \frac{(1)(1)(5)}{AE}$$

PAPCO

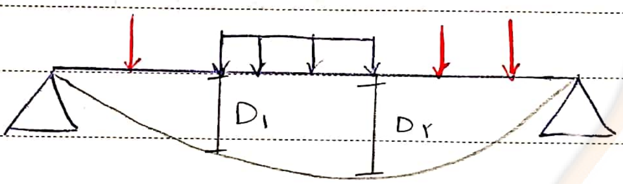
Subject:
Date



f_{mn}

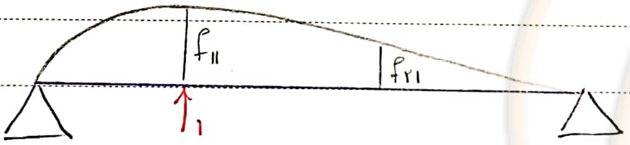
محل خیزش ← m ، n → محل بار واحد وارده

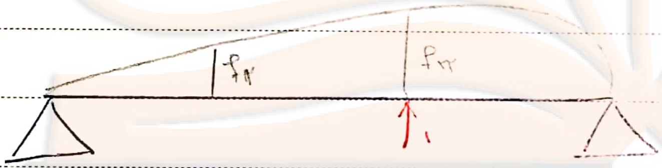
قضیه ماکسول - بتی



$$f_{mn} = f_{nm}$$

$$f_{12} = f_{21}$$





$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix}$$

$$f_{11} R_1 + f_{12} R_2 = D_1$$

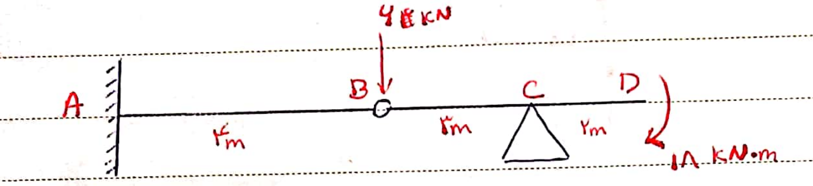
$$f_{21} R_1 + f_{22} R_2 = D_2$$

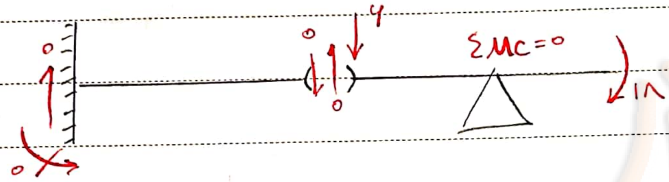
PAPCO

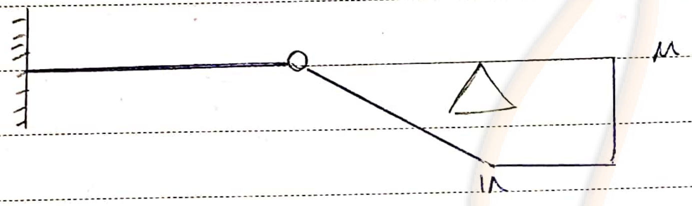
Subject:
Date

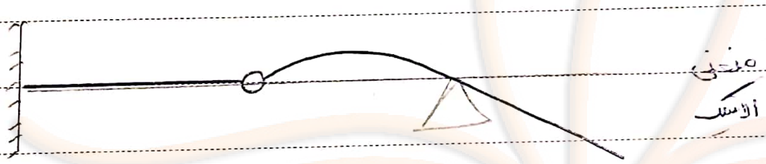
مثال)

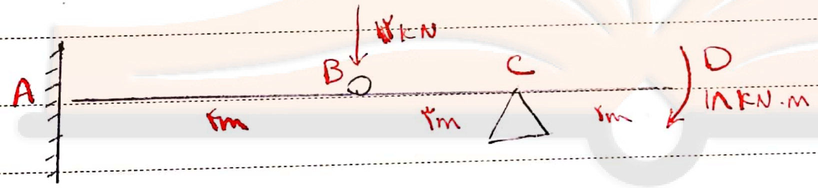
$\Delta B = ?$

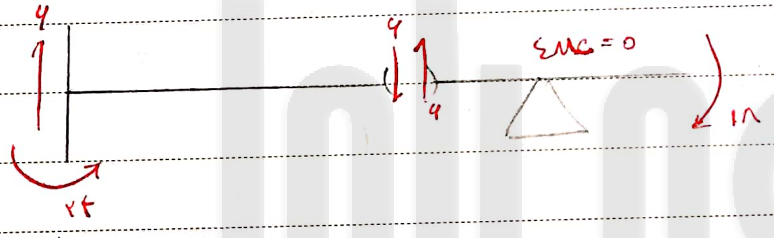


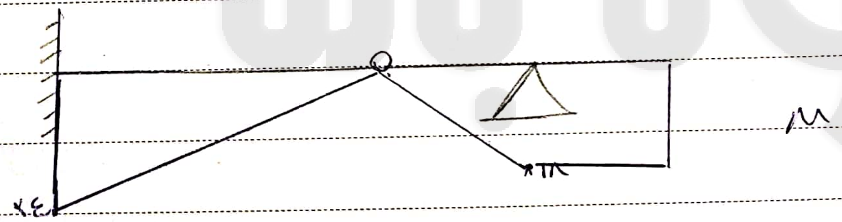




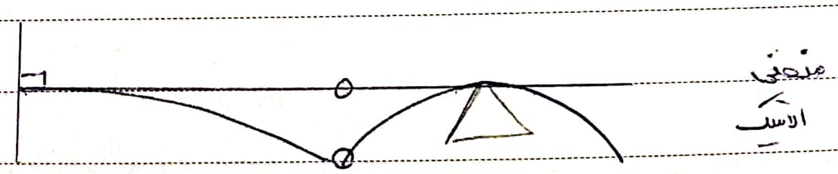








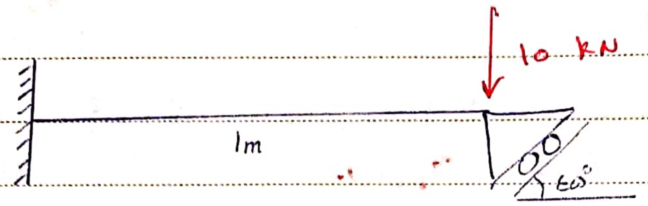
در عمل می‌توانیم بسازیم تیر را.

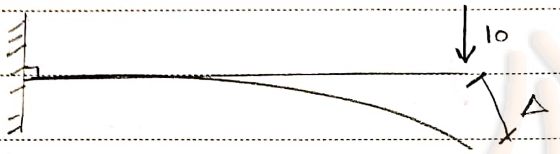


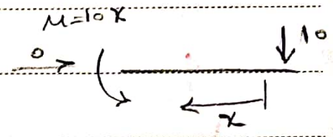
جزوه پایا

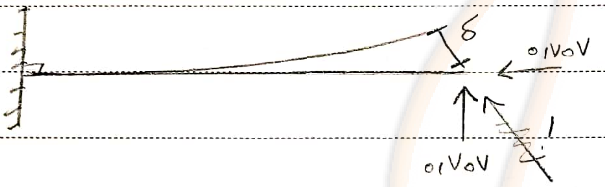
Subject:
Date

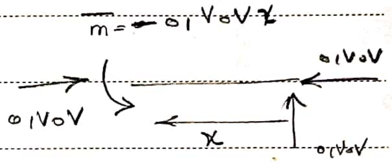
مثال











$$\Delta = \frac{1}{EI}\int \frac{\bar{m}M}{EI} + \frac{\bar{P}PL}{AE}$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^1 -0.707x(10x)\,dx + 0$$

$$\delta = \frac{1}{EI}\int \bar{m}\bar{m}\,dx + \frac{\bar{P}\bar{P}L}{AE}$$

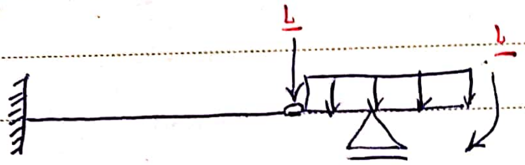
$$= \frac{1}{EI}\int_0^1 (-0.707x)(-0.707x)\,dx + \frac{-0.707(-0.707)(1)}{AE}$$

$$\Delta + R\,\delta = 0$$

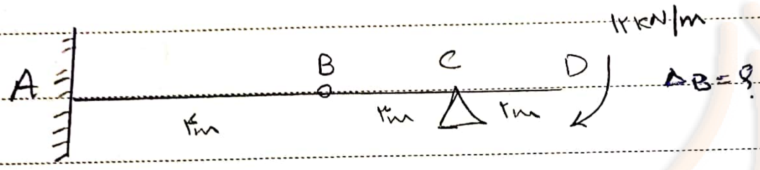
PAPCO

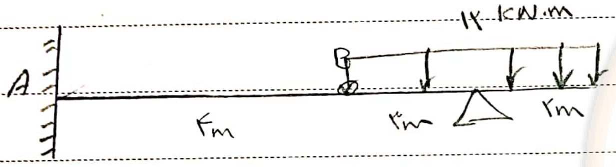
Subject:
Date

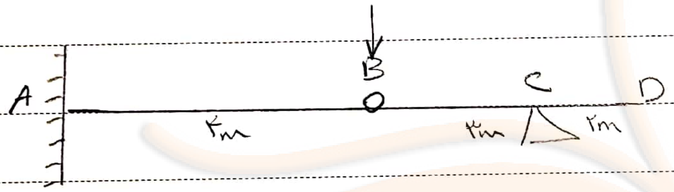
«سؤالات امتحان»



۱) روش تیر مزدوج (۵ نمره)







۲) روش کاستیلیانو (۵ نمره) خرپا بیش

۳) روش نیروها + بار واحد قاب (۵ نمره)

۴) توضیح سه لنگری (۵ نمره)

جزوه باما